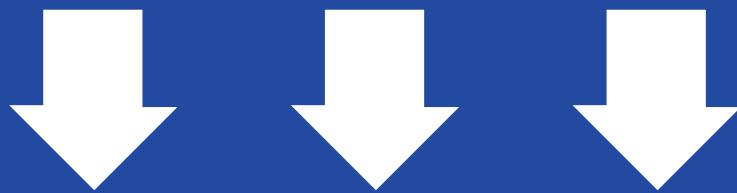


www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

9

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = \frac{n^5 + 2n^2 - 5}{n^3 + n + 7}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^5 + 2n^2 - 5}{n^3 + n + 7}$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 + 2n^2 - 5 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 \left(1 + \frac{2}{n^3} - \frac{5}{n^5} \right)$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 + n + 7 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left(1 + \frac{1}{n^2} + \frac{7}{n^3} \right)$.

Et: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n^3} = 0^+$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-5}{n^5} = 0^-$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0^+$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n^3} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^5 (1 + 0^+ + 0^-)}{n^3 (1 + 0^+ + 0^+)}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^5}{n^3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2$$

$$= +\infty.$$

2. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = \frac{9n^9 - 18n^2 + 6}{3n^2 + 8}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9n^9 - 18n^2 + 6}{3n^2 + 8}.$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} 9n^9 - 18n^2 + 6 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^9 \left(9 - \frac{18}{n^7} + \frac{6}{n^9} \right)$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^2 + 8 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(3 + \frac{8}{n^2} \right).$

Et: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-18}{n^7} = 0^-$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6}{n^9} = 0^+$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8}{n^2} = 0^+.$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^9 (9 + 0^- + 0^+)}{n^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^9}{n^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n^7$$

$$= +\infty.$$