

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

2

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = -n^3 + 75n + 7$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n &= \lim_{n \rightarrow +\infty} -n^3 + 75n + 7 \\ &= (-\infty) + (+\infty) + 7. \end{aligned}$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

$$\text{Or: } U_n = -n^3 + 75n + 7 \iff U_n = n^3 \left(-1 + \frac{75}{n^2} + \frac{7}{n^3} \right). \quad (n \neq 0)$$

$$\text{Et: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 = +\infty$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{75}{n^2} = 0^+$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n^3} = 0^+.$$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = (+\infty) \times (-1 + 0^+ + 0^+) = -\infty$.

2. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = n^5 + \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 + \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}.$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 = +\infty$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n} = 0^+$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4}{n^2} = 0^-$.

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = (+\infty) + (0^+) + (0^-) = +\infty$.