

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SERVICE A, B OU C ?

CORRECTION

1. a. Justifions que $P(A) = 0,45$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $A =$ " l'employé fait partie du service A ".
- $B =$ " l'employé fait partie du service B ".
- $C =$ " l'employé fait partie du service C ".
- $T =$ " l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ".
- $\bar{T} =$ " l'employé réside à plus de 30 minutes de l'entreprise ".

- $P(A) = 45\% \left(\frac{450}{1000} \right)$

- $P(B) = 23\%$

- $P(C) = 32\%$.

- $P_A(T) = 40\%$

- $P_A(\bar{T}) = 1 - 40\% = 60\%$.

- $P_B(T) = 20\%$

- $P_B(\bar{T}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P_C(T) = 80\%$

$$\bullet P_C(\bar{T}) = 1 - 80\% = 20\%.$$

Dans ces conditions, calculons: $P(A)$.

L'effectif total de l'entreprise est de: $450 + 230 + 320 = 1000$ employés.

Or, il y a 450 employés dans le service A.

$$\text{D'où: } P(A) = \frac{450}{1000} \Rightarrow P(A) = 45\%.$$

Au total, nous avons bien: $P(A) = 45\%$.

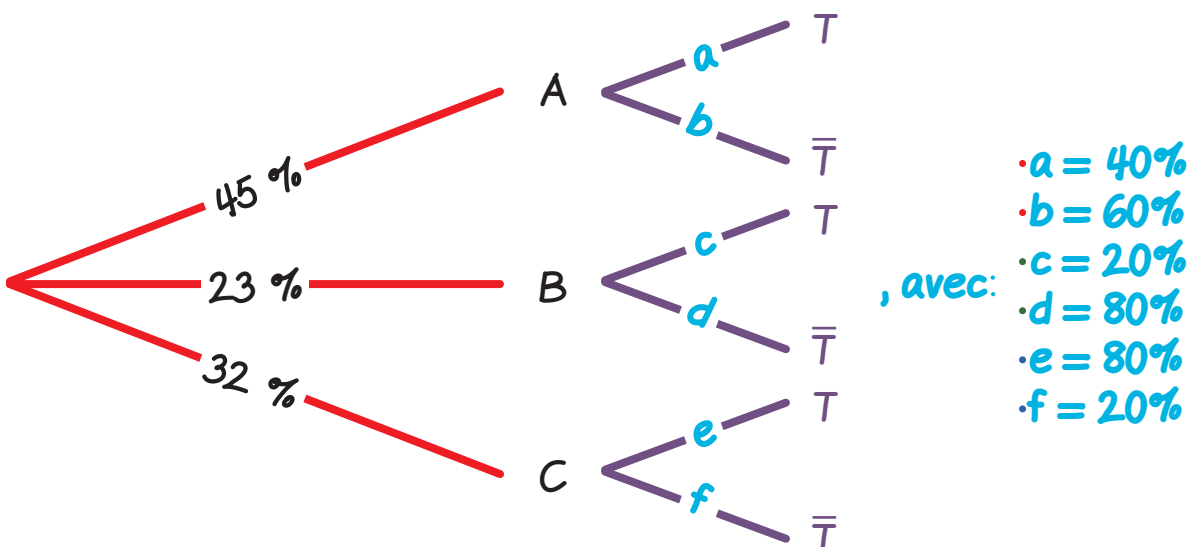
1. b. Donnons $P_A(T)$:

$P_A(T)$ correspond au pourcentage d'employés du service A résidant à moins de 30 minutes de l'entreprise.

$$\text{D'où: } P_A(T) = 40\%.$$

1. c. Traduisons la situation par un arbre pondéré:

Nous avons ainsi l'arbre pondéré suivant:



2. Déterminons la probabilité que l'employé choisi soit du service A et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail:

Cela revient à calculer: $P(A \cap T)$.

$$P(A \cap T) = P_A(T) \times P(A).$$

Ainsi: $P(A \cap T) = 40\% \times 45\% \Rightarrow P(A \cap T) = 18\%$.

Au total, la probabilité que l'employé choisi soit du service A et réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail est de: 18%.

3. Montrons que $P(T) = 0,482$:

Il s'agit de calculer: $P(T)$.

Or, l'événement $T = (T \cap A) \cup (T \cap B) \cup (T \cap C)$.

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(T) &= P(T \cap A) + P(T \cap B) + P(T \cap C) \\ &= P_A(T) \times P(A) + P_B(T) \times P(B) + P_C(T) \times P(C). \end{aligned}$$

Ainsi: $P(T) = 40\% \times 45\% + 20\% \times 23\% + 80\% \times 32\% \Rightarrow P(T) = 48,2\%$.

Au total, nous avons bien: $P(T) = 0,482$.

4. Déterminons $P_{\bar{T}}(C)$:

$$\begin{aligned} P_{\bar{T}}(C) &= \frac{P(\bar{T} \cap C)}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{P_C(\bar{T}) \times P(C)}{1 - P(T)}. \end{aligned}$$

Ainsi: $P_{\bar{T}}(C) = \frac{20\% \times 32\%}{1 - 48,2\%} \Rightarrow P_{\bar{T}}(C) \approx 12,4\%$.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: 12,4%.