

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE LOGICIEL ANTI-SPAM

CORRECTION

1. Calculons $P(S \cap D)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $D =$ " le message est déplacé ".
- $S =$ " le message est un spam ".

- $P(D) = 58,6\%$
- $P(\bar{D}) = 1 - 58,6\% = 41,4\%$
($58,6\% + 41,4\% = 1$).

- $P(S) = 60\%$
- $P(\bar{S}) = 1 - 60\% = 40\%$
($60\% + 40\% = 1$).

- $P_S(D) = 95\%$
- $P_S(\bar{D}) = 1 - 95\% = 5\%$
($95\% + 5\% = 1$).

Nous devons calculer: $P(S \cap D)$.

$$P(S \cap D) = P_S(D) \times P(S).$$

Ainsi: $P(S \cap D) = 0,57$.

Au total: $P(S \cap D) = 57\%$.

2. Montrons que $P_{\bar{S}}(D) = 0,04$:

Nous devons calculer: $P_{\bar{S}}(D)$.

$$\begin{aligned} P_{\bar{S}}(D) &= \frac{P(\bar{S} \cap D)}{P(\bar{S})} \\ &= \frac{P(D) - P(S \cap D)}{P(\bar{S})}. \end{aligned}$$

Ainsi: $P_{\bar{S}}(D) = 0,04$.

Au total, nous avons bien: $P_{\bar{S}}(D) = 4\%$.

3. Calculons $P_{\bar{D}}(S)$:

Nous devons calculer: $P_{\bar{D}}(S)$.

$$\begin{aligned} P_{\bar{D}}(S) &= \frac{P(\bar{D} \cap S)}{P(\bar{D})} \\ &= \frac{P(S) - P(S \cap D)}{P(\bar{D})}. \end{aligned}$$

Ainsi: $P_{\bar{D}}(S) \approx 0,072$.

Au total: $P_{\bar{D}}(S) \approx 7,2\%$.

4. Ces résultats remettent-ils en cause l'affirmation du fabricant ?

Ici, nous avons: $\bullet n = 231$

$\bullet p = 2,7\%$

$$\bullet f = \frac{13}{231} \Rightarrow f \approx 5,6\%$$

Dans ces conditions:

$$n = 231 \geq 30, n \cdot p \approx 6,24 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1-p) \approx 224,76 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[2,7\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{2,7\% \times 97,3\%}{231}}; 2,7\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{2,7\% \times 97,3\%}{231}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [0,6\%; 4,8\%]$.

Or la fréquence "f", sur l'échantillon, est telle que: $f \approx 5,6\% \notin I$.

Ainsi, *oui* les résultats remettent en cause l'affirmation du fabricant.