

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA LOI HADOPI

CORRECTION

1. a. Reproduisons et complétons l'arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- R = " le résultat du lancer est pair ".
- O = " le jeune a répondu Oui ".
- \bar{R} = " le résultat du lancer est impair ".
- \bar{O} = " le jeune a répondu Non ".

$$\bullet P(R) = 3/6$$

$$\bullet P(\bar{R}) = 3/6$$

$$(3/6 + 3/6 = 1).$$

$$\bullet P_R(O) = p$$

$$\bullet P_R(\bar{O}) = 1 - p$$

$$(p + (1 - p) = 1).$$

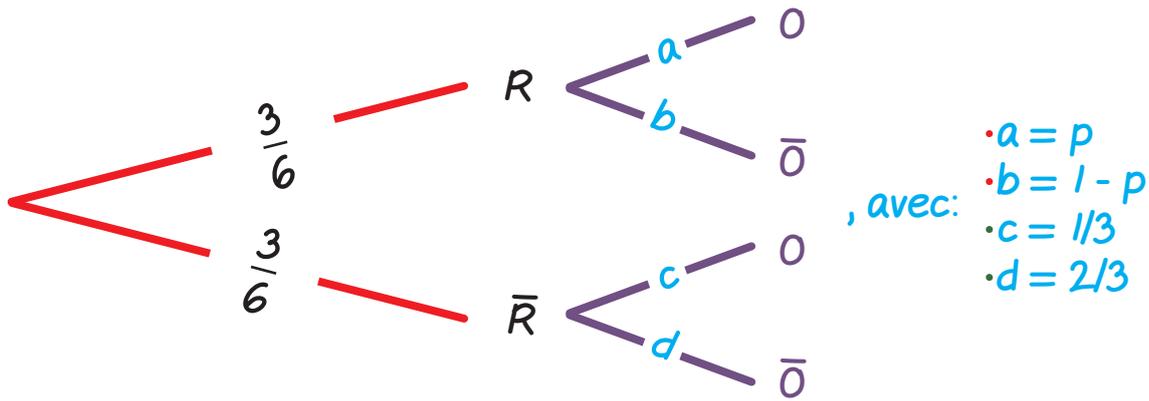
$$\bullet P_{\bar{R}}(O) = 1/3$$

$$\bullet P_{\bar{R}}(\bar{O}) = 2/3$$

$$(1/3 + 2/3 = 1).$$

Nous pouvons reproduire toutes ces données sur un arbre pondéré.

D'où l'arbre pondéré suivant:



1. b. Déduisons-en que la probabilité q de l'événement " le jeune a répondu Oui " est $q = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$:

Cela revient à calculer: $P(O)$.

Or, l'événement $O = (O \cap R) \cup (O \cap \bar{R})$.

D'où: $P(O) = P(O \cap R) + P(O \cap \bar{R})$

$$= P_R(O) \times P(R) + P_{\bar{R}}(O) \times P(\bar{R}).$$

$$\text{Ainsi: } P(O) = p \times \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{6} \Leftrightarrow P(O) = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow q = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$$

Au total, la probabilité demandée est bien: $q = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$.

2. a. Donnons un intervalle de confiance à 95% de la proportion q de jeunes qui répondent " Oui " au sondage:

Ici, nous avons: • $n = 1500$

$$\bullet f = \frac{625}{1500} \Rightarrow f = \frac{5}{12}$$

Dans ces conditions:

$$n = 1500 \geq 30, n \cdot f = 625 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - f) = 875 \geq 5.$$

Les conditions étant réunies, un intervalle de confiance à 95% de la proportion q de jeunes qui répondent " Oui " à un tel sondage s'écrit:

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right], \text{ cad: } I = \left[\frac{5}{12} - \frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{5}{12} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$

À l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [0.390; 0.443]$.

2. b. Que pouvons-nous dire sur la proportion p de jeunes qui pratiquent au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet ?

Nous savons que: $\bullet q = \frac{1}{2} p + \frac{1}{6}$

$\bullet I \approx [0.390; 0.443]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire:

$$q \in I \text{ ssi: } 0.390 \leq q \leq 0.443$$

$$\Leftrightarrow 0.390 \leq \frac{1}{2} p + \frac{1}{6} \leq 0.443$$

$$\Leftrightarrow 0.447 \leq p \leq 0.553.$$

Au total, nous pouvons dire que la proportion de jeunes qui pratiquent au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet est comprise entre: 44.7% et 55.3%.