

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA GARANTIE SOLEIL !

CORRECTION

1. Déterminons les valeurs prises par la variable aléatoire X :

Ici, X est la variable aléatoire égale au nombre de Journées Sans Soleil.

Nous pouvons distinguer 3 cas différents:

- 0 journée sans soleil, donc aucun remboursement
- 1 journée sans soleil, donc 1 remboursement de 100 €
- 2 journées sans soleil, donc 1 remboursement de 150 €.

Les valeurs que peut prendre X sont donc: **0, 1 et 2.**

Et par conséquent: $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$.

Au total, les valeurs prises par la variable aléatoire X sont: 0, 1 et 2.

2. Représentons la situation à l'aide d'un arbre pondéré:

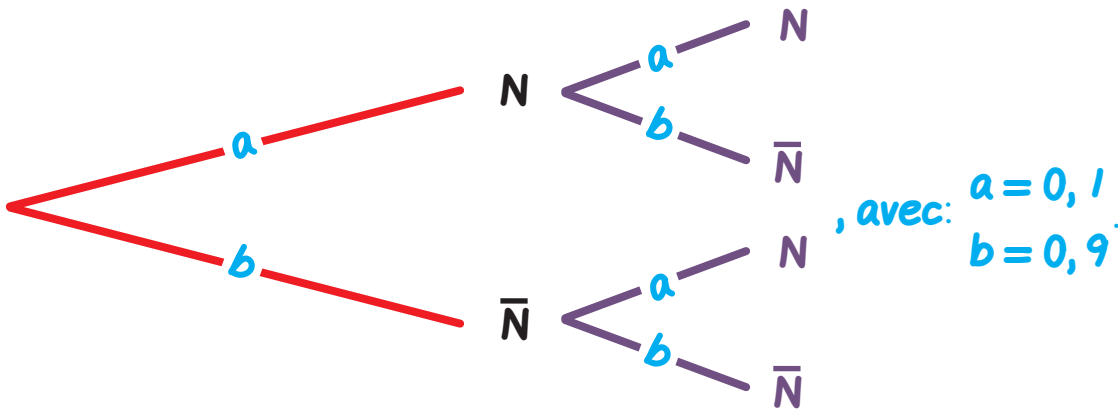
D'après l'énoncé, nous avons:

- $N =$ " le jour observé est une Journée Sans Soleil "
- $\bar{N} =$ " le jour observé est une Journée Avec Soleil ".

- $P(N) = 0,1$

$$P(\bar{N}) = 1 - 0,1 = 0,90.$$

D'où la situation illustrée par l'arbre de pondéré suivant:



3. Calculons $P(X \geq 1)$ et interprétons le résultat:

L'événement $(X \geq 2)$ signifie: "durant le week-end, il y aura au moins 1 Journée Sans Soleil".

$$\text{L'événement } (X \geq 1) = (N \cap N) \cup (N \cap \bar{N}) \cup (\bar{N} \cap N).$$

$$\text{D'où: } P(X \geq 1) = P(N \cap N) + P(N \cap \bar{N}) + P(\bar{N} \cap N).$$

$$\text{Or: } \bullet P(N \cap N) + P(N \cap \bar{N}) + P(\bar{N} \cap N) = 1 - P(\bar{N} \cap \bar{N}).$$

- On admet que les conditions météo d'un jour observé n'ont aucune influence sur le jour suivant.

$$\text{Ainsi: } P(X \geq 1) = 1 - (0,9 \times 0,9) \text{ cad } P(X \geq 1) = 0,19.$$

Au total: $P(X \geq 1) = 19\%$ ce qui signifie qu'il y a 19% de chance que durant le week-end, il y ait au moins 1 Journée Sans Soleil.

4. Donnons la loi de probabilité de la variable aléatoire Y :

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire Y ?

Ici, Y est la variable aléatoire égale au gain découlant d'un éventuel remboursement, déduction faite du prix de l'assurance.

Nous pouvons distinguer 3 cas différents:

- 0 Journée Sans Soleil: **Gain = - 30€**
- 1 Journée Sans Soleil: **Gain = 100€ - 30€ = 70€**
- 2 Journées Sans Soleil: **Gain = 150€ - 30€ = 120€.**

Les valeurs prises par la variable aléatoire Y sont donc:

- 30€, 70€ et 120€.

Et par conséquent: $Y(\Omega) = \{-30; 70; 120\}$.

- $P(Y = -30)$, $P(Y = 70)$ et $P(Y = 120)$?

Nous avons: • $P(Y = -30) = P(\bar{N} \cap \bar{N}) = 0,9 \times 0,9$

• $P(Y = 70) = P(\bar{N} \cap N) + P(N \cap \bar{N}) = (0,9 \times 0,1) + (0,1 \times 0,9)$

• $P(Y = 120) = P(N \cap N) = 0,1 \times 0,1$.

Dans ces conditions: $P(Y = -30) = 0,81$, $P(Y = 70) = 0,18$ et $P(Y = 120) = 0,01$.

- La loi de probabilité de la variable aléatoire Y est donc:

y_i	- 30	70	120
$P(Y = y_i)$	81%	18%	1%

5. Calculons $E(Y)$ et interprétons:

D'après le cours: $E(Y) = \sum_{i=1}^n P(Y = y_i) \times y_i.$

Ici: $E(Y) = (81\% \times (-30)) + (18\% \times 70) + (1\% \times 120)$
 $= -10,5 \text{ euros.}$

Au total: $E(Y) = -10,5 \text{ €}$ ce qui signifie qu'en moyenne un couple perdra 10,5 euros.

C'est donc dans l'intérêt de l'agence de voyage de vendre des assurances " La Garantie Soleil " car perte de 10,5 euros par couple = gain de 10,5 euros par couple pour l'agence !