

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

1, 2 OU 3 FILLES ?

CORRECTION

1. Représentons l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

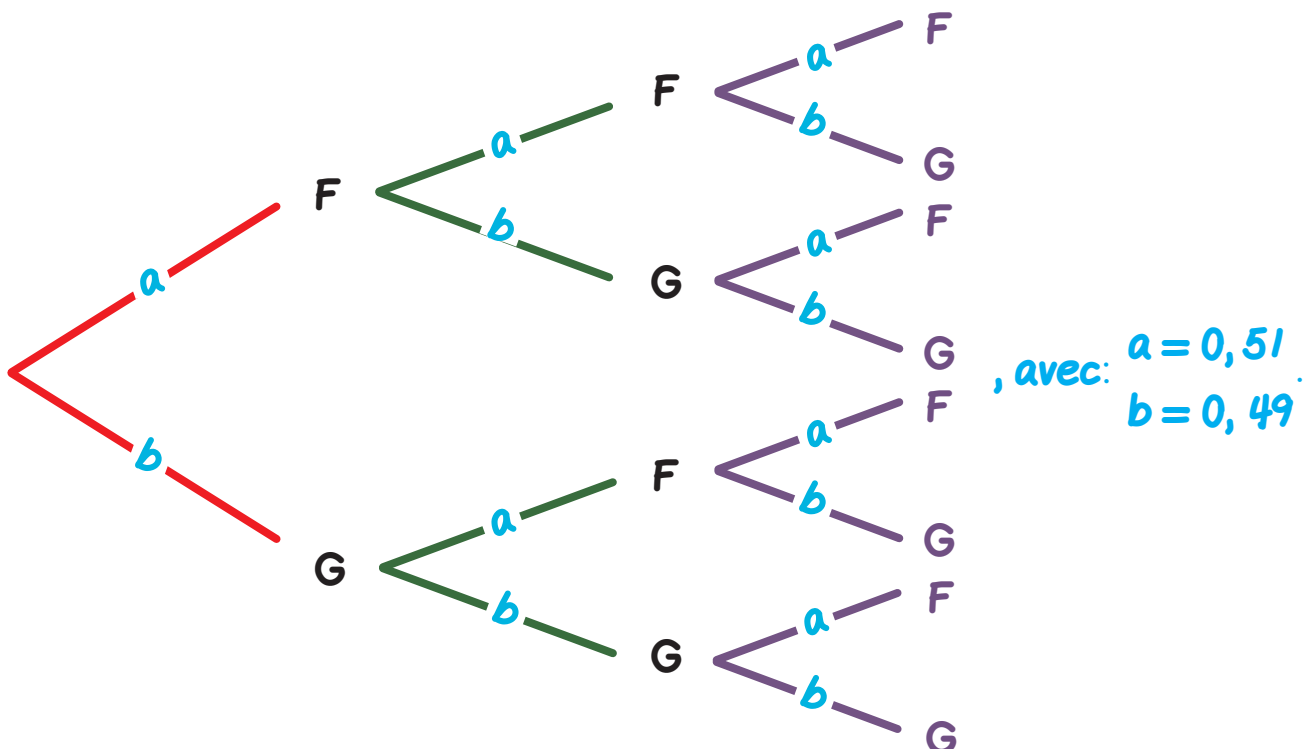
- $F = \text{" l'enfant est une fille "}$

- $G = \text{" l'enfant est un garçon "}$.

- $P(F) = 0,51$

- $P(G) = 1 - 0,51 = 0,49$.

D'où la situation illustrée par l'arbre de probabilités suivant:



2. Calculons la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles:

Soit E , l'événement: "exactement deux enfants sont des filles".

Nous avons: $E = (F \cap F \cap G) \cup (F \cap G \cap F) \cup (G \cap F \cap F)$.

D'où: $P(E) = P(F \cap F \cap G) + P(F \cap G \cap F) + P(G \cap F \cap F)$.

Or, d'après l'énoncé, les trois enfants nés sont choisis de manière indépendante.

Ainsi: $P(E) = (0,51 \times 0,51 \times 0,49) + (0,51 \times 0,49 \times 0,51) + (0,49 \times 0,51 \times 0,51)$

cad $P(E) = 38,23\%$.

Au total, la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles est de: $38,23\%$.

3. Décrivons l'événement ($X = 0$) et calculons sa probabilité:

X est la variable aléatoire égale au nombre de filles parmi les trois enfants.

Dans ces conditions, l'événement ($X = 0$) signifie qu'il n'y a aucune fille parmi les trois enfants.

De plus: $P(X = 0) = P(G \cap G \cap G)$

$$= 0,49 \times 0,49 \times 0,49$$

$$= 11,76\%$$

Au total: $P(X = 0) = 11,76\%$ ce qui signifie que la probabilité qu'il n'y ait aucune fille parmi les trois enfants est de $11,76\%$.

4. Recopions et complétons le tableau donnant la loi de probabilité:

Pour compléter le tableau, nous devons calculer $P(X=1)$ et $P(X=3)$.

En effet, nous savons déjà: $P(X=0) = 11,76\%$ et $P(X=2) = 38,23\%$.

Or: $P(X=3) = P(F \cap F \cap F) = 0,51 \times 0,51 \times 0,51 = 13,26\%$.

De plus, nous savons que la somme des probabilités est toujours égale à 1.

D'où: $11,76\% + P(X=1) + 38,23\% + 13,26\% = 1$

$$\Leftrightarrow P(X=1) = 1 - 63,25\% = 36,75\%$$

Au total, le tableau recopié et complété est le suivant:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	11,76%	36,75%	38,23%	13,26%

5. Calculons et interprétons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i$.

$$\begin{aligned} \text{Ici: } E(X) &= (11,76\% \times 0) + (36,75\% \times 1) + (38,23\% \times 2) + (13,26\% \times 3) \\ &= 1,53 \text{ filles.} \end{aligned}$$

Au total: $E(X) = 1,53$ filles ce qui signifie qu'en moyenne il y aura 1,53 filles parmi les trois enfants.