Maths Complémentaires Terminale

Primitives d'une fonction

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE PRIMITIVE F DE f

9

CORRECTION

1. Vérifions que F est une primitive de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$:

Ici: $f(x) = \dfrac{x^2 + 6x}{(x+3)^2}$ et $\mathcal{D}f = [\,0\,;+\infty\,[$.

Notons que f est continue sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

Elle admet donc une primitive sur $[\,0\,;+\infty\,[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $[\,0\,;+\infty\,[$ telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé, pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$: $F(x) = \dfrac{x^2}{x+3}$.

Vérifions que pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$: $F'(x) = f(x)$.

Pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$: $F'(x) = \dfrac{(2x) \times (x+3) - (x^2) \times (1)}{(x+3)^2}$ $\left[\dfrac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right]$

$$= \frac{2x^2 + 6x - x^2}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2}$$

$$= f(x).$$

Ainsi: **F est bien une primitive de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$.**

2. Vérifions que F est une primitive de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$:

Ici: $f(x) = \dfrac{3x^2 + 24x}{(x+4)^2}$ et $\mathcal{D}f = [\,0\,;+\infty\,[$.

Notons que f est continue sur $[\,0\,;+\infty\,[$.

Elle admet donc une primitive sur $[\,0\,;+\infty\,[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $[\,0\,;+\infty\,[$ telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé, pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$: $F(x) = \dfrac{3x^2}{x+4}$.

Vérifions que pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$: $F'(x) = f(x)$.

Pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$: $F'(x) = \dfrac{(6x) \times (x+4) - (3x^2) \times (1)}{(x+4)^2}$ $\left[\dfrac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right]$

$$= \frac{6x^2 + 24x - 3x^2}{(x+4)^2}$$

$$= \frac{3x^2 + 24x}{(x+4)^2}$$

$$= f(x).$$

Ainsi: **F est bien une primitive de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$.**