Maths Complémentaires Terminale

Primitives d'une fonction

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE PRIMITIVE F DE f

7

CORRECTION

1. Déterminons une primitive F sur $]-1\,;\,1[$ de la fonction f :

Ici : $f(x) = \dfrac{8x}{1 - x^2}$ et $\mathcal{D}f =]-1\,;\,1[$.

Notons que f est continue sur $]-1\,;\,1[$.

Elle admet donc une primitive sur $]-1\,;\,1[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $]-1\,;\,1[$ telle que : $F' = f$.

Pour tout $x \in]-1\,;\,1[$: $F(x) = -4\ln(1 - x^2)$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in]-1\,;\,1[$: $F'(x) = -4\left(\dfrac{-2x}{1 - x^2}\right)$ $\left[-4\left(\dfrac{u'}{u}\right)\right]$

$$= \frac{8x}{1 - x^2}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit : $F(x) = -4\ln(1 - x^2)$.

2. Déterminons une primitive F sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ de la fonction f:

Ici: $f(x) = \frac{4}{(2x-1)^4}$ et $\mathcal{D}f = \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.

Notons que f est continue sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.

Elle admet donc une primitive sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ telle que: $F' = f$.

Pour tout $x \in \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$: $F(x) = \frac{-2}{3(2x-1)^3} = \frac{-2}{3}(2x-1)^{-3}$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$:

$$F'(x) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-3) \times (2x-1)^{-4} \times 2 \quad \left[-\frac{2}{3} \times \left[n\, U^{n-1} \times U'\right]\right]$$

$$= 4 \times (2x-1)^{-4}$$

$$= \frac{4}{(2x-1)^4}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = \frac{-2}{3(2x-1)^3}$.