

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Déterminons les primitives sur $]0; +\infty[$ de la fonction f :

• Ici: $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x^2}$ et $\mathcal{D}f =]0; +\infty[$.

Notons que f est continue sur $]0; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $]0; +\infty[$ cad une fonction F dérivable sur $]0; +\infty[$ telle que: $F' = f$.

Pour tout $x \in]0; +\infty[$: $F(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x}$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$\begin{aligned}
 F'(x) &= \frac{\left(-\frac{1}{x}\right) x(x) - (-2 - \ln(x)) x(1)}{x^2} \quad \left[\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2} \right] \\
 &= \frac{-1 + 2 + \ln(x)}{x^2} \\
 &= \frac{1 + \ln(x)}{x^2}
 \end{aligned}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x}$.

- Or, nous savons que toutes les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont de la forme: $G(x) = F(x) + c, c \in \mathbb{R}$.

Dans ces conditions, les primitives sur $]0; +\infty[$ de la fonction f sont:

$$G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} + c, c \in \mathbb{R}.$$

Par exemple: • $G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} + 7 \quad (c = 7)$

• $G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} - 69 \quad (c = -69)$

• $G(x) = \frac{-2 - \ln(x)}{x} + \frac{1}{6} \quad \left(c = \frac{1}{6}\right)$.