

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES PRIMITIVES DE f ?

3

CORRECTION

Déterminons les primitives sur $]0; +\infty[$ de la fonction f :

• Ici: $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$ et $\mathcal{D}f =]0; +\infty[$.

Notons que f est continue sur $]0; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $]0; +\infty[$ (c'est-à-dire une fonction F dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ telle que: $F' = f$).

Pour tout $x \in]0; +\infty[$: $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$. ($= -x^{-1} + x^{-2}$)

Et nous avons bien, pour tout $x \in]0; +\infty[$: $F'(x) = -(-1) \times x^{-2} + (-2) \times x^{-3}$ [$n U^{n-1}$]

$$= x^{-2} - 2x^{-3}$$

$$= \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.

- Or, nous savons que toutes les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont de la forme: $G(x) = F(x) + c, c \in \mathbb{R}$.

Dans ces conditions, les primitives sur $]0; +\infty[$ de la fonction f sont:

$$G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c, c \in \mathbb{R}.$$

Par exemple: • $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 66$ ($c = 66$)

• $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 104$ ($c = -104$)

• $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{31}$ ($c = -\frac{1}{31}$).