

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

**Primitives** d'une fonction



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# LA PRIMITIVE DE $f$ QUI S'ANNULE EN $x = a$ ?

3

## CORRECTION

1. Montrons que  $F$  est une primitive de  $f$  sur un intervalle  $I$  (à préciser):

Ici:  $f(x) = \cos(3x + 2) + 4$ .

$f$  est continue sur  $I = \mathbb{R}$ .

Elle admet donc une primitive sur  $\mathbb{R}$  cad une fonction  $F$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  telle que:  $F' = f$ .

Or, d'après l'énoncé:  $F(x) = \frac{1}{3} \sin(3x + 2) + 4x$ .

Dans ces conditions, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , nous avons:

$$\begin{aligned} F'(x) &= \left( \frac{1}{3} \right) \times [(3) \times \cos(3x + 2)] + 4 \quad \left[ \frac{1}{3} \times [U' \times \cos(U)] + W' \right] \\ &= \cos(3x + 2) + 4 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

Ainsi:  $F$  est bien une primitive de  $f$  sur  $I = \mathbb{R}$ .

2. Déterminons la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a = \pi$ :

Nous savons que toutes les primitives de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  sont de la forme:

$$\begin{aligned} G(x) &= F(x) + c \\ &= \frac{1}{3} \sin(3x + 2) + 4x + c, c \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Déterminer la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a = \pi$  revient à trouver le nombre réel  $c$  tel que:  $G(\pi) = 0$ .

$$G(\pi) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) + 4\pi + c = 0$$

$$\text{cad } c = - \left[ \frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) + 4\pi \right].$$

La primitive de  $f$  qui s'annule en  $a = \pi$  s'écrit alors:

$$F(x) = \frac{1}{3} \sin(3x + 2) + 4x + \left( -\frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) - 4\pi \right)$$

$$\left( c = -\frac{1}{3} \sin(3\pi + 2) - 4\pi \right)$$