Maths Complémentaires Terminale

Primitives d’une fonction

CORRIGÉ DE L’EXERCICE

LA PRIMITIVE DE f QUI S'ANNULE EN $x = a$?

2

CORRECTION

1. Montrons que F est une primitive de f sur un intervalle I (à préciser):

Ici: $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$.

f est continue sur $I =]\,0\,; +\infty\,[$.

Elle admet donc une primitive sur $]\,0\,; +\infty\,[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $]\,0\,; +\infty\,[$ telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé: $F(x) = e^x - \ln(x)$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in]\,0\,; +\infty\,[$, nous avons:

$$F'(x) = e^x - \frac{1}{x}$$

$$= f(x).$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $I =]\,0\,; +\infty\,[$.

2. Déterminons la primitive de f qui s'annule en $a = 3$:

Nous savons que toutes les primitives de f sur $]\,0\,;+\infty\,[$ sont de la forme:

$$G(x) = F(x) + c$$

$$= e^x - \ln(x) + c,\ c \in \mathbb{R}.$$

Déterminer la primitive de f qui s'annule en $a = 3$ revient à trouver le nombre réel " c " tel que: $G(3) = 0$.

$G(3) = 0$ <=> $e^3 - \ln(3) + c = 0$ cad $c = \ln(3) - e^3$.

La primitive de f qui s'annule en $a = 3$ s'écrit alors:

$$F(x) = e^x - \ln(x) + (\ln(3) - e^3) \qquad (\ c = \ln(3) - e^3\ ).$$