Maths Complémentaires Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

8

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^e (x - 1) \ln x \, dx$.

Soit $f(x) = (x - 1) \ln x$. f est continue sur [1; e]. Elle admet donc des primitives sur [1; e] et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln x$, d'où $u'(x) = \frac{1}{x}$

• $v'(x) = x - 1$, d'où $v(x) = \frac{x^2}{2} - x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur [1; e])

Dans ces conditions: $I = [\, u(x) \times v(x) \,]_1^e - \int_1^e v(x) \times u'(x) \, dx$

$$= \left[(\ln x) \times \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \right]_1^e - \int_1^e \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \times \left(\frac{1}{x} \right) dx$$

$$= \left[\left(\frac{x^2}{2} - x \right) \ln x \right]_1^e - \int_1^e \left(\frac{x}{2} - 1 \right) dx$$

$$= \left(\frac{e^2}{2} - e\right) - \left(\frac{e}{2} - 1 - \frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= \frac{1}{2}(e^2 - 3e + 1).$$

Au total, nous avons: $I = \frac{1}{2}(e^2 - 3e + 1).$