Maths Complémentaires Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

4

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_2^3 \ln(x^2 - 1)\, dx$.

Soit $f(x) = \ln(x^2 - 1)$. f est continue sur $[2; 3]$. Elle admet donc des primitives sur $[2; 3]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = \ln(x^2 - 1)$, d'où $u'(x) = \dfrac{2x}{x^2 - 1}$

• $v'(x) = 1$, d'où $v(x) = x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[2; 3]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_2^3 - \int_2^3 v(x) \times u'(x)\, dx$

$$= \left[(\ln(x^2 - 1))(x) \right]_2^3 - \int_2^3 (x)\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right) dx$$

$$= \left[x \ln(x^2 - 1) \right]_2^3 - \int_2^3 2\, \frac{x^2}{x^2 - 1}\, dx$$

$$= \Big[x \ln(x^2 - 1) \Big]_2^3 - \int_2^3 \left(2 + \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)} \right) dx$$

(car: $\dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = 2 + \dfrac{1}{(x-1)} - \dfrac{1}{(x+1)}$)

$$= \Big[x \ln(x^2 - 1) \Big]_2^3 - \Big[2x + \ln(x-1) - \ln(x+1) \Big]_2^3$$

$$= (3\ln(8) - 2\ln(3)) - (6 + \ln(2) - \ln(4) - 4 + \ln(3))$$

$$= 10\ln 2 - 3\ln 3 - 2.$$

Au total, nous avons: $I = 10\ln 2 - 3\ln 3 - 2.$