Maths Complémentaires Terminale

Intégrales par IPP

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

3

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x}}\, dx$.

Soit $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$. f est continue sur $[\,0\,;\,1\,]$. Elle admet donc des primitives

sur $[\,0\,;\,1\,]$ et par conséquent I **existe**.

Ayons recours à une intégration par parties (**IPP**) pour le calcul de l'intégrale I.

Posons: • $u(x) = x$, d'où $u'(x) = 1$

• $v'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$, d'où $v(x) = 2\sqrt{1+x}$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[\,0\,;\,1\,]$)

Dans ces conditions: $I = [\,u(x) \times v(x)\,]_0^1 - \int_0^1 v(x) \times u'(x)\, dx$

$$= [\,(x) \times (2\sqrt{1+x}\,)\,]_0^1 - \int_0^1 2\sqrt{1+x}\, dx$$

$$= 2\,[\,x\sqrt{1+x}\,)]_0^1 - 2\int_0^1 (1+x)^{1/2}\,dx$$

$$= 2\,[\,x\sqrt{1+x}\,)]_0^1 - 2\left[\frac{2}{3}(1+x)^{3/2}\right]_0^1$$

$$= 2\,(\sqrt{2} - 0) - \frac{4}{3}\,((2)^{3/2} - 1)$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{2}.$$

Au total, nous avons: $I = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{2}.$