

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Intégrales par **IPP**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'UNE INTÉGRALE PAR IPP

12

CORRECTION

Calculons I à l'aide d'une IPP:

Ici: $I = \int_1^4 \ln^3(x) dx.$

Soit $f(x) = \ln^3(x)$. f est continue sur $[1; 4]$. Elle admet donc des primitives sur $[1; 4]$ et par conséquent I existe.

Ayons recours à une intégration par parties (IPP) pour le calcul de l'intégrale I .

Posons: • $u(x) = \ln^3(x) = (\ln x)^3$, d'où $u'(x) = \frac{3x(\ln x)^2}{x}$

• $v'(x) = 1$, d'où $v(x) = x$.

(u et v admettent des dérivées continues sur $[1; 4]$)

Dans ces conditions: $I = [u(x) \times v(x)]_1^4 - \int_1^4 v(x) \times u'(x) dx$

$$= \left[(\ln x)^3 \times (x) \right]_1^4 - \int_1^4 (x) \left(\frac{3x(\ln x)^2}{x} \right) dx$$

$$= \left[x \cdot (\ln x)^3 \right]_1^4 - 3 \int_1^4 (\ln x)^2 dx$$

$$= \left[x \cdot (\ln x)^3 \right]_1^4 - 3 \left[x \cdot (\ln^2(x) - 2 \ln x + 2) \right]_1^4$$

(car si : $g(x) = x \cdot (\ln^2(x) - 2 \ln x + 2)$, $g'(x) = \ln^2(x)$)

$$= 4 (\ln 4)^3 - 3 (4 \cdot (\ln^2(4) - 2 \ln 4 + 2) - 2)$$

$$= 4 (\ln 4)^3 - 12 \ln^2(4) + 24 \ln(4) - 18.$$

Au total, nous avons: $I = 4 (\ln 4)^3 - 12 \ln^2(4) + 24 \ln(4) - 18.$