

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Intégrale, Synthèse

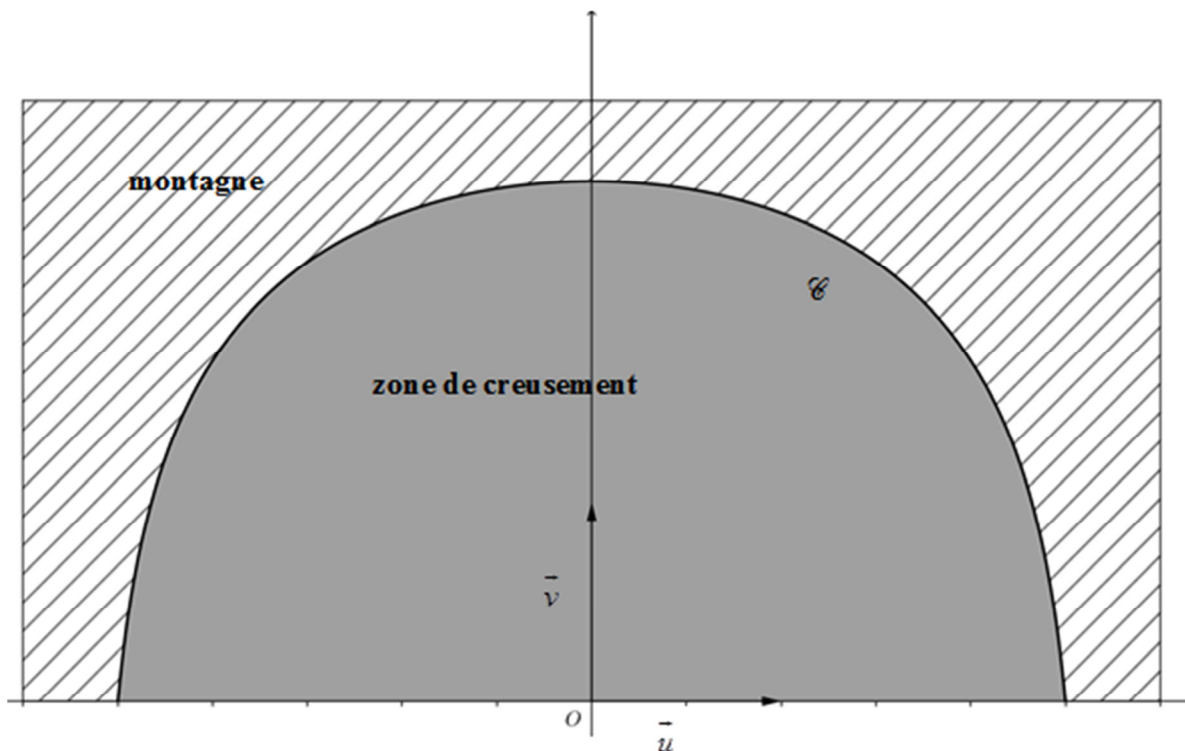


## ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

# INTÉGRALES, SYNTHÈSE

Une entreprise spécialisée dans les travaux de construction a été mandatée pour percer un tunnel à flanc de montagne.

Après étude géologique, l'entreprise représente dans le plan la situation de la façon suivante : dans un repère orthonormal, d'unité 2 m, la zone de creusement est la surface délimitée par l'axe des abscisses et la courbe  $\mathcal{C}$ .



On admet que  $\mathcal{C}$  est la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-2,5 ; 2,5]$  par :

$$f(x) = \ln(-2x^2 + 13,5).$$

L'objectif est de déterminer une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement.

## Partie A : Étude de la fonction $f$

1. Calculer  $f'(x)$  pour  $x \in [-2,5 ; 2,5]$ .
2. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $[-2,5 ; 2,5]$ .  
En déduire le signe de  $f$  sur  $[-2,5 ; 2,5]$ .

### Partie B : Aire de la zone de creusement

On admet que la courbe  $\mathcal{C}$  est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées du repère.

1. La courbe  $\mathcal{C}$  est-elle un arc de cercle de centre  $O$  ? Justifier la réponse.
2. Justifier que l'aire, en mètre carré, de la zone de creusement est  $\mathcal{A} = 8 \int_0^{2,5} f(x) dx$ .
3. L'algorithme, donné en annexe permet de calculer une valeur approchée par défaut de  $I = \int_0^{2,5} f(x) dx$ , notée  $a$ .

On admet que :  $a \leq I \leq a + \frac{f(0) - f(2,5)}{n} \times 2,5$

- a. Le tableau fourni en annexe donne différentes valeurs obtenues pour  $R$  et  $S$  lors de l'exécution de l'algorithme pour  $n = 50$ .  
Compléter ce tableau en calculant les six valeurs manquantes.
- b. En déduire une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement.

# ANNEXE

Variables	$R$ et $S$ sont des réels $n$ et $k$ sont des entiers	
Traitement	$S$ prend la valeur 0 Demander la valeur de $n$ Pour $k$ variant de 1 à $n$ faire <table><tr><td><math>R</math> prend la valeur <math>\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)</math> <math>S</math> prend la valeur <math>S + R</math></td></tr></table> Fin Pour Afficher $S$	$R$ prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$ $S$ prend la valeur $S + R$
$R$ prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$ $S$ prend la valeur $S + R$		

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de  $R$  et de  $S$ , arrondies à  $10^{-6}$ , obtenues lors de l'exécution de l'algorithme pour  $n = 50$ .

Initialisation	$S = 0$ $n = 50$		
Boucle Pour	Étape $k$	$R$	$S$
	1	.....	.....
	2	0,130 060	0,260 176
	3	0,129 968	0,390 144
	4	0,129 837	.....
	⋮		⋮
	24	0,118 137	3,025 705
	25	0,116 970	3,142 675
	⋮		⋮
	49	0,020 106	5,197 538
	50	.....	.....
Affichage	$S =$ .....		