

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Intégrale, Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# INTÉGRALES, SYNTHÈSE

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 1]$  par :

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{1-x}}.$$

## Partie A

1. Étudier le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 1]$ .
2. Démontrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 1]$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + e}$  (on rappelle que  $e = e^1$ ).
3. Montrer alors que  $\int_0^1 f(x) dx = \ln(2) + 1 - \ln(1 + e)$ .

## Partie B

Soit  $n$  un entier naturel. On considère les fonctions  $f_n$  définies sur  $[0; 1]$  par :

$$f_n(x) = \frac{1}{1 + ne^{1-x}}$$

On note  $\mathcal{C}_n$  la courbe représentative de la fonction  $f_n$  dans le plan muni d'un repère orthonormé.

On considère la suite de terme général

$$u_n = \int_0^1 f_n(x) dx$$

1. On a tracé **en annexe** les courbes représentatives des fonctions  $f_n$  pour  $n$  variant de 1 à 5. Compléter le graphique en traçant la courbe  $\mathcal{C}_0$  représentative de la fonction  $f_0$ .
2. Soit  $n$  un entier naturel, interpréter graphiquement  $u_n$  et préciser la valeur de  $u_0$ .
3. Quelle conjecture peut-on émettre quant au sens de variation de la suite  $(u_n)$ ? Démontrer cette conjecture.
4. La suite  $(u_n)$  admet-elle une limite ?

# ANNEXE

