

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Intégrale, Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# INTÉGRALES, SYNTHÈSE

On s'intéresse à la chute d'une goutte d'eau qui se détache d'un nuage sans vitesse initiale. Un modèle très simplifié permet d'établir que la vitesse instantanée verticale, exprimée en  $\text{m.s}^{-1}$ , de chute de la goutte en fonction de la durée de chute  $t$  est donnée par la fonction  $v$  définie ainsi : pour tout réel positif ou nul  $t$ ,  $v(t) = 9,81 \frac{m}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m} t}\right)$ ; la constante  $m$  est la masse de la goutte en milligramme et la constante  $k$  est un coefficient strictement positif lié au frottement de l'air.

*On rappelle que la vitesse instantanée est la dérivée de la position.  
Les parties A et B sont indépendantes.*

## Partie A - Cas général

1. Déterminer les variations de la vitesse de la goutte d'eau.
2. La goutte ralentit-elle au cours de sa chute ?
3. Montrer que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 9,81 \frac{m}{k}$ . Cette limite s'appelle vitesse limite de la goutte.
4. Un scientifique affirme qu'au bout d'une durée de chute égale à  $\frac{5m}{k}$ , la vitesse de la goutte dépasse 99 % de sa vitesse limite. Cette affirmation est-elle correcte ?

## Partie B

Dans cette partie, on prend  $m = 6$  et  $k = 3,9$ .

À un instant donné, la vitesse instantanée de cette goutte est  $15 \text{ m.s}^{-1}$ .

1. Depuis combien de temps la goutte s'est-elle détachée de son nuage ? Arrondir la réponse au dixième de seconde.
2. En déduire la vitesse moyenne de cette goutte entre le moment où elle s'est détachée du nuage et l'instant où on a mesuré sa vitesse. Arrondir la réponse au dixième de  $\text{m.s}^{-1}$ .