

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Intégrale, Synthèse

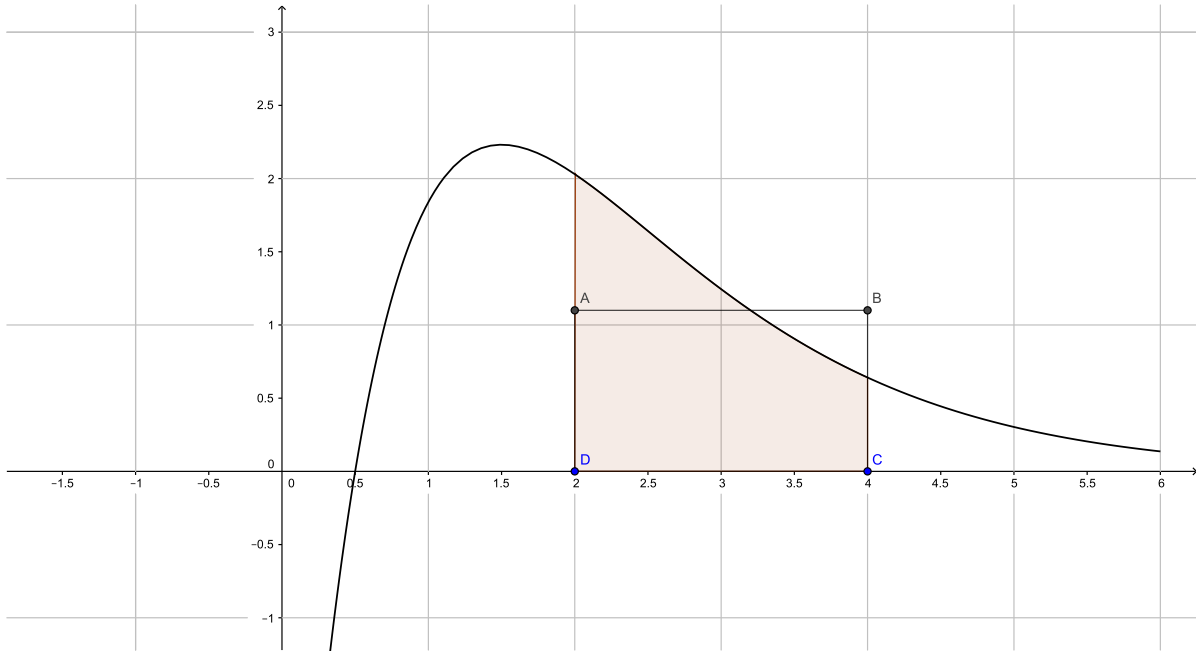


**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# INTÉGRALES, SYNTHÈSE

La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[0 ; 6]$ .

ABCD est un rectangle, le point D a pour coordonnées  $(2, 0)$  et le point C a pour coordonnées  $(4, 0)$ .



## Partie

Dans cette partie A, les réponses seront données à partir d'une lecture graphique.

1. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > 0$ .
2. Avec la précision permise par le graphique, donner une valeur approchée du maximum de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 6]$ .
3. Quel semble être le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[2 ; 6]$ ? Justifier.
4. Pour quelle(s) raison(s) peut-on penser que la courbe admet un point d'inflexion ?
5. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de  $\int_1^4 f(x)dx$ .

## Partie B

La fonction  $f$  est la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; 6]$  par  $f(x) = (10x - 5)e^{-x}$ .

Un logiciel de calcul formel a donné les résultats suivants (on ne demande pas de les justifier) :

$$f'(x) = (-10x + 15)e^{-x} \quad \text{et} \quad f''(x) = (10x - 25)e^{-x}$$

1. Dresser le tableau de variation de  $f$  en précisant la valeur de l'extremum et les valeurs aux bornes de l'ensemble de définition.
2. Étudier la convexité de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 6]$ .
3. Montrer que la fonction  $F$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 6]$  par  $F(x) = (-10x - 5)e^{-x}$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 6]$ .
4. En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée au centième de  $\int_2^4 f(x)dx$ .
5. On souhaiterait que l'aire du rectangle ABCD soit égale à l'aire du domaine grisé sur la figure. Déterminer, à 0,01 près, la hauteur AD de ce rectangle.