

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Intégrale, Synthèse



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# INTÉGRALES, SYNTHÈSE

On désigne par  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[-2 ; 4]$  par

$$f(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 3.$$

On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère. Une représentation graphique est donnée en annexe.

1. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Montrer que, pour tout  $x \in [-2 ; 4]$ ,

$$f'(x) = -4xe^{-2x}.$$

2. Étudier les variations de  $f$ .

3. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution sur l'intervalle  $[-2 ; 0]$  et donner une valeur approchée au dixième de cette solution.

4. On note  $f''$  la fonction dérivée de  $f'$ . On admet que, pour tout  $x \in [-2 ; 4]$ ,

$$f''(x) = (8x - 4)e^{-2x}.$$

- a) Étudier le signe de  $f''$  sur l'intervalle  $[-2 ; 4]$ .
- b) En déduire le plus grand intervalle dans  $[-2 ; 4]$  sur lequel  $f$  est convexe.
5. On note  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $[-2 ; 4]$  par  $g(x) = (2x + 1)e^{-2x}$ .
- a) Vérifier que la fonction  $G$  définie pour tout  $x \in [-2 ; 4]$  par  $G(x) = (-x - 1)e^{-2x}$  est une primitive de la fonction  $g$ .
- b) En déduire une primitive  $F$  de  $f$ .
6. On note  $\mathcal{A}$  l'aire du domaine  $\mathcal{D}$  compris entre la courbe  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 1$ .
- a) Hachurer le domaine  $\mathcal{D}$  sur le graphique donné en annexe.
- b) Par lecture graphique, donner un encadrement de  $\mathcal{A}$ , en unité d'aire, par deux entiers consécutifs.
- c) Calculer la valeur exacte de  $\mathcal{A}$ , puis une valeur approchée au centième.

# ANNEXE

