Maths Complémentaires Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON S'AMUSE ... 2

CORRECTION

1. Montrons que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\dfrac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \dfrac{e^x}{1+e^x}$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $e^x - \dfrac{e^x}{1+e^x} = \dfrac{e^x(1+e^x) - e^x}{1+e^x}$

$$= \frac{e^x + e^{2x} - e^x}{1+e^x}$$

$$= \frac{e^{2x}}{1+e^x}.$$

Ainsi pour tout réel x, nous avons bien: $\dfrac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \dfrac{e^x}{1+e^x}$.

2. Déduisons-en la valeur de I:

Ici: $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x}\,dx$.

Soit $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{1+e^x}$. f est continue sur $[0; 1]$. Elle admet donc des primitives sur $[0; 1]$ et par conséquent I **existe**.

Freemaths : Tous droits réservés

$$I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x}\,dx \iff I = \int_0^1 \left(e^x - \frac{e^x}{1+e^x}\right) dx$$

$$\iff I = \int_0^1 e^x\,dx - \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}\,dx \quad \left(\frac{U'}{U}\right)$$

$$\iff I = [\,e^x\,]_0^1 - [\,\ln(1+e^x)\,]_0^1 \quad (\ln(U))$$

$$\iff I = (e^1 - e^0) - (\ln(1+e) - \ln(2))$$

cad: $I = (e-1) - (\ln(1+e) - \ln(2))$.

Ainsi: $I = e - 1 - \ln(1+e) + \ln(2)$ ou $I = e - 1 + \ln\left(\frac{2}{1+e}\right)$.

Freemaths : Tous droits réservés