www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON S'AMUSE ... 1

CORRECTION

1. Calculons J:

Ici: $J = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx$.

Soit $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$. f est continue sur [0; 1]. Elle admet donc des primitives sur [0; 1] et par conséquent **J existe**.

$$J = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx \left(\frac{u'}{u}\right) \iff J = [\ln(e^x + 1)]_0^1 \quad (\ln(u))$$

$$\iff J = (\ln(e^1 + 1) - \ln(e^0 + 1))$$

cad: $J = \ln(e + 1) - \ln(2)$

Ainsi: $J = \ln(e + 1) - \ln(2)$ ou $J = \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$.

2. Calculons $I + J$:

$$I + J = \int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx + \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{e^x + 1}{e^x + 1}\right) dx$$

$$= \int_0^1 1 \times dx$$

$$= [\, x \,]_0^1$$ cad: $I + J = 1.$

Ainsi: $I + J = 1.$

3. Déduisons-en la valeur de I:

Nous savons que: $I + J = 1.$

Or: $J = \ln(e + 1) - \ln(2).$

Ainsi: $I = 1 - J$ cad $I = 1 - (\ln(e + 1) - \ln(2)).$