

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Calculons I en ayant recours à la relation de Chasles:

Ici la fonction f est continue sur $[0; +\infty[$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et par conséquent I existe.

$$I = \int_0^{+\infty} f(x) dx \Leftrightarrow I = \int_0^1 x dx + \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$$

$$\Leftrightarrow I = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 + \left[\ln(x) \right]_1^A, \text{ avec: } A = +\infty$$

$$\Leftrightarrow I = \left(\frac{1}{2} - 0 \right) + \left(\lim_{A \rightarrow +\infty} \ln(A) - 0 \right)$$

cad: $I = +\infty$.

Ainsi: $I = +\infty$.

2. Calculons J en ayant recours à la relation de Chasles:

Ici la fonction f est continue sur $[0; +\infty[$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et par conséquent J existe.

$$J = \int_0^{+\infty} f(x) dx \Leftrightarrow J = \int_0^2 x dx + \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

$$\Leftrightarrow J = \int_0^2 x dx + \int_2^{+\infty} x^{-2} dx$$

$$\Leftrightarrow J = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 + \left[\frac{x^{-1}}{-1} \right]_2^A, \text{ avec: } A = +\infty$$

$$\Leftrightarrow J = \left(\frac{4}{2} - 0 \right) - \left(\lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{1}{A} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{cad: } J = \frac{5}{2}, \text{ car: } \lim_{A \rightarrow +\infty} \frac{1}{A} = 0.$$

$$\text{Ainsi: } J = \frac{5}{2}.$$