Maths Complémentaires Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'INTÉGRALES ET PARITÉ

1

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I :

Ici : $I = \int_{-2}^{2} (x^3 - \sqrt[3]{x})\, x^2\, dx \iff I = \int_{-2}^{2} (x^3 - x^{1/3})\, x^2\, dx$.

Soit $f(x) = (x^3 - x^{1/3})\, x^2$. f est continue sur $[-2\,;\,2]$. Elle admet donc des primitives sur $[-2\,;\,2]$ et par conséquent I **existe**.

Notons que : $f(-x) = ((-x)^3 - (-x)^{1/3})\,(-x)^2$

$= (-x^3 + x^{1/3})\, x^2$

$= -(x^3 - x^{1/3})\, x^2$

$= -f(x)$.

Ainsi : f est une fonction impaire et donc $I = 0$.

2. Calculons l'intégrale J :

Ici : $J = \int_{-1}^{1} e^{(-2x+1)}\, dx$.

Soit $f(x) = e^{(-2x+1)}$. f est continue sur $[-1\,;\,1]$. Elle admet donc des primitives sur $[-1\,;\,1]$ et par conséquent J **existe**.

Notons que: $f(-x) = e^{(-2(-x)+1)}$

$$= e^{(2x+1)}$$

$$\neq f(x) \text{ et } \neq -f(x).$$

f n'est donc **ni paire, ni impaire**. Nous devons donc procéder au calcul de J !

$$J = \int_{-1}^{1} e^{(-2x+1)}\, dx \iff J = \left[-\frac{1}{2} e^{(-2x+1)} \right]_{-1}^{1}$$

$$\iff J = -\frac{1}{2}\left(e^{(-2\times 1+1)} - e^{(-2\times(-1)+1)} \right)$$

cad: $J = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{e} - e^{3} \right).$

Ainsi: $J = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{e} - e^{3} \right).$