

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Calcul d'intégrales



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL D'INTÉGRALES

2

CORRECTION

1. Calculons l'intégrale I:

$$\text{Ici: } I = \int_0^1 (3x^{1/2} - 6x) dx.$$

Soit $f(x) = 3x^{1/2} - 6x$. f est continue sur $[0; 1]$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[0; 1]$ et par conséquent I existe.

$$I = \int_0^1 (3x^{1/2} - 6x) dx \Leftrightarrow I = [2x^{3/2} - 3x^2]_0^1$$

$$\Leftrightarrow I = (2 \times (1)^{3/2} - 3 \times (1)^2) - (2 \times (0)^{3/2} - 3 \times (0)^2)$$

$$\text{cad: } I = -1.$$

$$\text{Ainsi: } I = -1.$$

2. Calculons l'intégrale J:

$$\text{Ici: } J = \int_0^3 (\sqrt{2x} + x^{1/3}) dx.$$

Soit $f(x) = \sqrt{2x} + x^{1/3}$. f est continue sur $[0; 3]$. Elle admet donc des primitives sur l'intervalle $[0; 3]$ et par conséquent J existe.

$$J = \int_0^3 (\sqrt{2x} + x^{1/3}) dx \Leftrightarrow J = \int_0^3 ((2x)^{1/2} + x^{1/3}) dx$$

$$\Leftrightarrow J = \int_0^3 (2^{1/2} x^{1/2} + x^{1/3}) dx$$

$$\Leftrightarrow J = 2^{1/2} \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \right]_0^3 + \left[\frac{3}{4} x^{4/3} \right]_0^3$$

$$\Leftrightarrow J = 2^{1/2} \left(\frac{2}{3} (3)^{3/2} - 0 \right) + \left(\frac{3}{4} x (3)^{4/3} - 0 \right)$$

$$\text{cad: } J = 2^{3/2} \times 3^{1/2} + \frac{3}{4} \times 3^{4/3}.$$

$$\text{ou encore: } J = 2\sqrt{6} + \frac{3}{4} (81)^{1/3}.$$

$$\text{Ainsi: } J = 2\sqrt{6} + \frac{3}{4} (81)^{1/3}.$$

3. Calculons l'intégrale K:

$$\text{Ici: } K = \int_1^3 \frac{1}{x^3} dx.$$

Soit $f(x) = \frac{1}{x^3}$. f est continue sur $[1; 3]$. Elle admet donc des primitives sur

l'intervalle $[1; 3]$ et par conséquent K existe.

$$K = \int_1^3 \frac{1}{x^3} dx \Leftrightarrow K = \int_1^3 x^{-3} dx$$

$$\Leftrightarrow K = \left[\frac{x^{-2}}{-2} \right]_1^3$$

$$\Leftrightarrow K = -\frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{x^2} \right]_1$$

$$\Leftrightarrow K = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{(3)^2} - \frac{1}{(1)^2} \right)$$

$$\text{cad: } K = \frac{4}{9}$$

$$\text{Ainsi: } K = \frac{4}{9}$$