Maths Complémentaires Terminale

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA DÉRIVÉE D'UNE INTÉGRALE ? 3

CORRECTION

Calculons F' (x) sur $]\,0\,;+\infty\,[$:

Ici: **$F(x) = \int_x^{x^3} (\ln(t) + 1)\,dt$.**

• Soit $f(t) = \ln(t) + 1$. f est continue sur $]\,0\,;+\infty\,[$. Elle admet donc des primitives sur $]\,0\,;+\infty\,[$ et par conséquent: **$\int_x^{x^3} (\ln(t) + 1)\,dt$ existe.**

$$F(x) = \int_x^{x^3} (\ln(t) + 1)\,dt \iff F(x) = \Big[\,t \times \ln(t) - t + t\,\Big]_x^{x^3}$$

$$\iff F(x) = \Big[\,t \times \ln(t)\,\Big]_x^{x^3}$$

cad: $F(x) = x^3 \times \ln(x^3) - x \times \ln(x)$

$= 3x^3 \times \ln(x) - x \times \ln(x)$

$= (3x^3 - x) \times \ln(x)$.

• Soit $F(x) = (3x^3 - x) \times \ln(x)$. F est dérivable sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in]\, 0\,; +\infty\, [$, nous pouvons calculer F'.

Pour tout $x \in]\, 0\,; +\infty\, [$: $\quad F'(x) = (9x^2 - 1) \times \ln(x) + (3x^3 - x) \times \left(\dfrac{1}{x}\right)$

$$= (9x^2 - 1) \times \ln(x) + (3x^2 - 1).$$

Ainsi, la dérivée de F sur $]\, 0\,; +\infty\, [$ est : $\quad F'(x) = (9x^2 - 1) \times \ln(x) + (3x^2 - 1).$

Freemaths : Tous droits réservés