

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

## Calcul d'intégrales



## ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

## ÉNONCÉ

Pour tout réel  $x \in [0; 1]$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ , soient: •  $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ .

•  $I_{n+1} = (n+1) I_n - 1$ .

1. Montrer que:  $I_1 = e - 2$ .

2. Calculer  $I_2$ .

3. Justifier que pour tout réel  $x \in [0; 1]$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $0 \leq x^n e^{-x} \leq x^n e$ .

4. Démontrer que:  $\int_0^1 x^n e dx = \frac{e}{n+1}$ :

5. En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $0 \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$ .

On donne:  $\int x e^{-x} dx = (-1-x) e^{-x}$ .