

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

## Calcul d'intégrales



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# a, b, c ? ET VALEUR MOYENNE

2

## CORRECTION

1. Écrivons  $f$  sous la forme  $f(x) = \frac{a}{(x-2)} + \frac{b}{(x+3)} + \frac{c}{(x-1)}$ :

Pour tout  $x \in [0; 6]$ :  $f(x) = \frac{3x+2}{(x-2)(x+3)(x-1)}$ .

Dans ces conditions:  $f(x) = \frac{a}{(x-2)} + \frac{b}{(x+3)} + \frac{c}{(x-1)}$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+2}{(x-2)(x+3)(x-1)} = \frac{a(x+3)(x-1) + b(x-2)(x-1) + c(x-2)(x+3)}{(x-2)(x+3)(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow 3x+2 = (a+b+c)x^2 + (2a-3b+c)x + (-3a+2b-6c)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = a+b+c \\ 3 = 2a-3b+c \\ 2 = -3a+2b-6c \end{cases}$$

$$\text{cad: } \begin{cases} a = \frac{8}{5} \\ b = -\frac{7}{20} \\ c = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ainsi, pour tout } x \in [0; 6]: f(x) = \frac{\frac{8}{5}}{(x-2)} + \frac{\left(-\frac{7}{20}\right)}{(x+3)} + \frac{\left(-\frac{5}{4}\right)}{(x-1)}$$

2. Calculons alors  $I = \int_0^6 f(x) dx$ :

$$\text{Ici: } I = \int_0^6 \left( \frac{\frac{8}{5}}{(x-2)} + \frac{\left(-\frac{7}{20}\right)}{(x+3)} + \frac{\left(-\frac{5}{4}\right)}{(x-1)} \right) dx.$$

Soit  $f(x) = \frac{\frac{8}{5}}{(x-2)} - \frac{\frac{7}{20}}{(x+3)} - \frac{\frac{5}{4}}{(x-1)}$ .  $f$  est continue sur  $[0; 6]$ . Elle admet

donc des primitives sur  $[0; 6]$  et par conséquent  $I$  existe.

$$I = \int_0^6 \left( \frac{\frac{8}{5}}{(x-2)} - \frac{\frac{7}{20}}{(x+3)} - \frac{\frac{5}{4}}{(x-1)} \right) dx$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{8}{5} \times \int_0^6 \frac{1}{(x-2)} dx - \frac{7}{20} \times \int_0^6 \frac{1}{(x+3)} dx - \frac{5}{4} \times \int_0^6 \frac{1}{(x-1)} dx$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{8}{5} \times \left[ \ln|x-2| \right]_0^6 - \frac{7}{20} \times \left[ \ln|x+3| \right]_0^6 - \frac{5}{4} \times \left[ \ln|x-1| \right]_0^6$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{8}{5} \times (\ln 4 - \ln 2) - \frac{7}{20} \times (\ln 9 - \ln 3) - \frac{5}{4} \times (\ln 5 - \ln 1)$$

$$\text{cad: } I = \frac{8}{5} \ln 2 - \frac{7}{20} \ln 3 - \frac{5}{4} \ln 5.$$

$$\text{Ainsi: } I = \frac{8}{5} \ln 2 - \frac{7}{20} \ln 3 - \frac{5}{4} \ln 5.$$

3. Déduisons-en la valeur moyenne de  $f$  sur  $[0; 6]$ :

La valeur moyenne de  $f$  sur  $[0; 6]$  correspond au nombre  $\mu$  tel que:

$$\mu = \left( \frac{1}{6-0} \right) \times \int_0^6 f(x) dx.$$

$$\text{Ici, nous avons donc: } \mu = \left( \frac{1}{6-0} \right) \times \left( \frac{8}{5} \ln 2 - \frac{7}{20} \ln 3 - \frac{5}{4} \ln 5 \right)$$

$$\text{cad: } \mu = \frac{4}{15} \ln 2 - \frac{7}{120} \ln 3 - \frac{5}{24} \ln 5.$$

$$\text{Ainsi, la valeur moyenne de } f \text{ sur } [0; 6] \text{ est: } \mu = \frac{4}{15} \ln 2 - \frac{7}{120} \ln 3 - \frac{5}{24} \ln 5.$$