

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Convexité & Concavité



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

POINT D'INFLEXION

4

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ et $f''(x)$ sur \mathbb{R} :

Ici: $f(x) = e^{2x} - 10e^x + 16$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'après l'énoncé f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} .

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' et f'' pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= 2e^{2x} - 10e^x \\ &= 2e^x(e^x - 5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= (2e^x) \times (e^x - 5) + (2e^x) \times (e^x) \\ &= 4e^{2x} - 10e^x \\ &= 2e^x(2e^x - 5). \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = 2e^x(e^x - 5)$ et $f''(x) = 2e^x(2e^x - 5)$.

2. La courbe représentative de f admet-elle un point d'inflexion ?

Soient f une fonction définie et deux fois dérivables sur un intervalle I et \mathcal{C} sa courbe représentative.

Soit " a " un réel appartenant à I .

Si f'' s'annule et change de signe en a , alors \mathcal{C} admet un point d'inflexion au point d'abscisse: $x = a$.

Ici, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = 2e^x(2e^x - 5)$.

Distinguons 2 cas:

• 1^{er} cas: $f''(x) \geq 0$.

$$f''(x) \geq 0 \text{ ssi } 2e^x(2e^x - 5) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2e^x - 5 \geq 0 \quad (\text{car: } 2e^x > 0)$$

$$\Leftrightarrow e^x \geq \frac{5}{2}$$

$$\text{cad ssi: } x \geq \ln\left(\frac{5}{2}\right).$$

• 2^e cas: $f''(x) \leq 0$.

$$f''(x) \leq 0 \text{ ssi } 2e^x(2e^x - 5) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2e^x - 5 \leq 0 \quad (\text{car: } 2e^x > 0)$$

$$\Leftrightarrow e^x \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{cad ssi: } x \leq \ln\left(\frac{5}{2}\right).$$

Dans ces conditions: en $x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)$, f'' s'annule en changeant de signe.

Ainsi, la courbe \mathcal{C} admet un point d'inflexion au point d'abscisse $x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)$.