Maths Complémentaires Terminale

Convexité & Concavité

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

POINT D'INFLEXION 1

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ et $f''(x)$ sur IR:

Ici: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$, pour tout $x \in IR$.

D'après l'énoncé f est **deux fois dérivables** sur IR.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' et f'' pour tout $x \in IR$:

- $f'(x) = x^2 - 2x + 1$.
- $f''(x) = 2x - 2$.

Ainsi, pour tout $x \in IR$: $f'(x) = x^2 - 2x + 1$ et $f''(x) = 2x - 2$.

2. La courbe représentative de f admet-elle un point d'inflexion ?

Soient f une fonction définie et deux fois dérivables sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

Soit " a " un réel appartenant à I.

Si f'' s'annule et change de signe en a, alors $\mathcal{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse: $x = a$.

Ici, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = 2x - 2$.

Distinguons 2 cas:

• **1er cas:** $f''(x) \geqslant 0$.

$f''(x) \geqslant 0$ ssi $2x - 2 \geqslant 0$ **cad ssi:** $x \geqslant 1$.

• **2e cas:** $f''(x) \leqslant 0$.

$f''(x) \leqslant 0$ ssi $2x - 2 \leqslant 0$ **cad ssi** $x \leqslant 1$.

Dans ces conditions: en $x = 1$, f'' s'annule en changeant de signe.

Ainsi, la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse $x = 1$.