

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

**Convexité & Concavité**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## CORRECTION

1. Calculons  $f'(x)$  et  $f''(x)$  sur  $[0,5;6]$ :

Ici:  $f(x) = -2x + 5 + 3 \ln(x)$ , pour tout  $x \in [0,5;6]$ .

D'après l'énoncé  $f$  est deux fois dérivable sur  $[0,5;6]$ .

Dans ces conditions, nous pouvons calculer  $f'$  et  $f''$  pour tout  $x \in [0,5;6]$ :

- $f'(x) = -2 + \frac{3}{x}$ .

- $f''(x) = -\frac{3}{x^2}$ .

Ainsi, pour tout  $x \in [0,5;6]$ :  $f'(x) = -2 + \frac{3}{x}$  et  $f''(x) = -\frac{3}{x^2}$ .

2. Étudions le sens de variation de  $f$  et dressons le tableau de variation:

a. Sens de variation de  $f$ :

Nous allons distinguer 2 cas pour tout  $x \in [0,5;6]$ :

- 1<sup>er</sup> cas:  $f'(x) \leq 0$ .

$$f'(x) \leq 0 \text{ ssi } -2 + \frac{3}{x} \leq 0 \text{ cad ssi: } x \geq \frac{3}{2}.$$

• 2<sup>e</sup> cas:  $f'(x) \geq 0$ .

$$f'(x) \geq 0 \text{ ssi } -2 + \frac{3}{x} \geq 0 \text{ cad ssi: } x \leq \frac{3}{2}.$$

Ainsi: •  $f$  est croissante sur  $[0,5; \frac{3}{2}]$ ,

•  $f$  est décroissante sur  $[\frac{3}{2}; 6]$ .

b. Tableau de variation de  $f$ :

Nous avons le tableau de variation suivant:

$x$	0,5	$\frac{3}{2}$	6
$f'$	+	0	-
$f$	$a$	$b$	$c$

Avec: •  $a = f(0,5) \Rightarrow a = 4 + 3 \ln(0,5) > 0$ ,

•  $b = f\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow b = 2 + 3 \ln\left(\frac{3}{2}\right) > 0$ ,

•  $c = f(6) \Rightarrow c = -7 + 3 \ln(6) < 0$ .

3. Étudions la convexité de la fonction  $f$ :

D'après le cours: •  $f$  est concave sur un intervalle  $I$  ssi:

pour tout  $x \in I$ ,  $f''(x) \leq 0$ .

•  $f$  est convexe sur un intervalle  $I'$  ssi:

pour tout  $x \in I'$ ,  $f''(x) \geq 0$ .

Or ici, pour tout  $x \in [0, 5; 6]$ :  $f''(x) = -\frac{3}{x^2} < 0$ .

**Ainsi:**  $f$  est strictement concave sur  $I = [0, 5; 6]$

Et: la courbe de  $f$  est située en dessous des tangentes en chacun de ses points.

