

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

« **ln** » : Dérivées & Limites



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UN MINIMUM ?

CORRECTION

1. Calculons f' :

La fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ comme produit de deux fonctions dérivables sur $]0; +\infty[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' sur $]0; +\infty[$.

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in]0; +\infty[: \quad f'(x) &= (1 \times \ln(x)) + (x \times \left(\frac{1}{x}\right)) \quad (U' \times V + U \times V') \\ &= 1 + \ln(x). \end{aligned}$$

Ainsi sur $]0; +\infty[$, la dérivée de f est: $f'(x) = 1 + \ln(x)$.

2. Montrons que f admet un minimum sur $]0; +\infty[$:

Nous savons que pour tout $x \in]0; +\infty[: \quad f'(x) = 1 + \ln(x)$.

Or: $1 + \ln(x) = 0$ ssi $x = e^{-1}$.

Dans ces conditions: • f est décroissante sur $]0; e^{-1}[$

• f est croissante sur $[e^{-1}; +\infty[$.

D'où le tableau de variations suivant:

x	0	e^{-1}	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	0^+			$+\infty$

Ainsi, la fonction f admet un minimum en: e^{-1} .

3. Déterminons les coordonnées de ce minimum:

Nous savons que l'abscisse du minimum est: $x_M = e^{-1}$.

Dans ces conditions, son ordonnée est: $y_M = f(e^{-1})$ cad $y_M = -e^{-1}$.

Ainsi, les coordonnées du minimum de la fonction f sont:

$$x_M = e^{-1} \text{ et } y_M = -e^{-1}.$$