

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

« **ln** » : Dérivées & Limites



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. a. Étudions la limite de f , en $a = 0^+$:

Ici: $f, (x) = x + 2 - x \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f, =]0; +\infty[$.

- $f, (x) = (x + 2) - (x \ln(x))$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x + 2) = 2$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f, (x) = 2 - 0 = 2$.

1. b. Étudions la limite de f , en $a = +\infty$:

Ici: $f, (x) = x + 2 - x \ln(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f, =]0; +\infty[$.

$$\bullet f_1(x) = x + 2 - x \ln(x) \iff f_1(x) = x x \left(1 + \frac{2}{x} - \ln(x) \right).$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty, \text{ d'après le cours.}$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = +\infty \times (1 + 0 - (+\infty))$

$$= +\infty \times (-\infty)$$

$$= -\infty.$$

2. a. Étudions la limite de f_2 en $a = 0^+$:

Ici: $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

$$\bullet \mathcal{D}f_2 =]0; +\infty[.$$

$$\bullet f_2(x) = x(\ln(x) + k) \iff f_2(x) = x \ln(x) + k x x.$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} k x x = 0$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0, \text{ d'après le cours.}$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_2(x) = 0 + 0 = 0.$

2. b. Étudions la limite de f_2 en $a = +\infty$:

Ici: $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f_2 =]0; +\infty[$.

- $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = +\infty \times +\infty = +\infty$.

3. Étudions la limite de f_3 en $a = 0^+$:

Ici: $f_3(x) = \frac{3x \ln(x)}{1 + c e^{bx}}$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f_3 =]0; +\infty[$.

- $f_3(x) = \frac{3x \ln(x)}{1 + c e^{bx}} \Leftrightarrow f_3(x) = \left(\frac{3}{1 + c e^{bx}} \right) x \ln(x)$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{1 + c e^{bx}} = \frac{3}{1 + c}$, avec: • $e^{bx} = e^0 = 1$

- $c \neq -1$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_3(x) = \frac{3}{1+c} \times 0 = 0.$