

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Fonction logarithme : $\ln(x)$



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Résolvons sur $]0; +\infty[$ l'équation (1):

Sur $]0; +\infty[$: $2[\ln(x)]^2 - 4\ln\left(\frac{1}{x}\right) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2[\ln(x)]^2 + 4\ln(x) - 6 = 0.$

(a)

En posant $X = \ln(x)$: (a) $\Leftrightarrow 2X^2 + 4X - 6 = 0.$

Soit l'équation: $2X^2 + 4X - 6 = 0.$

$$\Delta = 64 > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $2X^2 + 4X - 6 = 0$ admet deux solutions distinctes:

$$\bullet X_1 = \frac{-4 - 8}{4} = -3$$

$$\bullet X_2 = \frac{-4 + 8}{4} = 1.$$

L'équation $2X^2 + 4X - 6 = 0$ admet deux solutions: $X_1 = -3$ et $X_2 = 1.$

Or: • $X_1 = -3 \Leftrightarrow \ln(x_1) = -3$ **cad** $x_1 = e^{-3} \in]0; +\infty[$,

• $X_2 = 1 \Leftrightarrow \ln(x_2) = 1$ **cad** $x_2 = e^1 \in]0; +\infty[$.

L'équation (1) admet donc deux solutions: $x_1 = e^{-3}$ **et** $x_2 = e^1$.

2. Résolvons sur $]0; +\infty[$ l'équation (2):

En posant $X = \ln(x)$: (2) $\Leftrightarrow X^2 - (1+e)X + e = 0$.

Soit l'équation: $X^2 - (1+e)X + e = 0$.

$$\Delta = (e-1)^2 > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $X^2 - (1+e)X + e = 0$ admet deux solutions distinctes:

$$\bullet X_1 = \frac{(1+e) - (e-1)}{2} = 1$$

$$\bullet X_2 = \frac{(1+e) + (e-1)}{2} = e.$$

L'équation $X^2 - (1+e)X + e = 0$ admet deux solutions: $X_1 = 1$ **et** $X_2 = e$.

Or: • $X_1 = 1 \Leftrightarrow \ln(x_1) = 1$ **cad** $x_1 = e \in]0; +\infty[$,

• $X_2 = e \Leftrightarrow \ln(x_2) = e$ **cad** $x_2 = e^e \in]0; +\infty[$.

L'équation (2) admet donc deux solutions: $x_1 = e$ **et** $x_2 = e^e$.