Maths Complémentaires Terminale

Fonction logarithme : ln(x)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS 8

CORRECTION

1. Résolvons $\ln(-6x^2+5x)=0$:

• $\ln(-6x^2+5x)$ existe ssi $-6x^2+5x>0$ <=> $x(-6x+5)>0$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x>0 \text{ et } -6x+5>0 \\ \text{ou} \\ x<0 \text{ et } -6x+5<0 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x>0 \text{ et } x<\frac{5}{6} \\ \text{ou} \\ x<0 \text{ et } x>\frac{5}{6} \end{cases}$$

cad $0<x<\frac{5}{6}$.

• Nous pouvons donc résoudre l'équation $\ln(-6x^2+5x)=0$ sur $\left]0;\frac{5}{6}\right[$:

$\ln(-6x^2+5x)=0$ <=> $-6x^2+5x=e^0$

<=> $-6x^2+5x-1=0$.

Soit l'équation: $-6x^2 + 5x - 1 = 0$.

$\Delta = 1 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation $-6x^2 + 5x - 1 = 0$ admet deux solutions distinctes:

- $x_1 = \dfrac{-5-1}{-12} = \dfrac{1}{2} \in \left]0 ; \dfrac{5}{6}\right[$
- $x_2 = \dfrac{-5+1}{-12} = \dfrac{1}{3} \in \left]0 ; \dfrac{5}{6}\right[$.

Ainsi, l'équation $\ln(-6x^2 + 5x) = 0$ admet deux solutions: $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = \dfrac{1}{3}$.

2. Résolvons $\ln(3x^2 + 2x) = 0$:

- $\ln(3x^2 + 2x)$ existe ssi $3x^2 + 2x > 0$ <=> $x(3x + 2) > 0$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x > 0 \text{ et } 3x + 2 > 0 \\ \text{ou} \\ x < 0 \text{ et } 3x + 2 < 0 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x > 0 \text{ et } x > -\dfrac{2}{3} \\ \text{ou} \\ x < 0 \text{ et } x < -\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

cad $x \in I = \left]-\infty ; -\dfrac{2}{3}\right[\cup \left]0 ; +\infty\right[$.

• Nous pouvons donc résoudre l'équation $\ln(3x^2 + 2x) = 0$ sur I:

$$\ln(3x^2 + 2x) = 0 \iff 3x^2 + 2x = e^0$$

$$\iff 3x^2 + 2x - 1 = 0.$$

Soit l'équation: $3x^2 + 2x - 1 = 0$.

$\Delta = 16 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation $3x^2 + 2x - 1 = 0$ admet deux solutions distinctes:

• $x_1 = \dfrac{-2-4}{6} = -1 \in I$

• $x_2 = \dfrac{-2+4}{6} = \dfrac{1}{3} \in I$.

Ainsi, l'équation $\ln(3x^2 + 2x) = 0$ admet deux solutions: $x = -1$ et $x = \dfrac{1}{3}$.