Maths Complémentaires Terminale

Fonction logarithme : ln(x)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS 7

CORRECTION

1. Résolvons l'équation (1):

• Nous devons avoir: $\begin{cases} -x > 0 \\ \text{et} \\ 2x + 4 > 0 \\ \text{et} \\ -3x + 5 > 0 \end{cases}$ cad $\begin{cases} x < 0 \\ \text{et} \\ x > -2 \\ \text{et} \\ x < \dfrac{5}{3} \end{cases}$.

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (1) pour tout $x \in]-2\,;0[$:

$\ln(-x) = \ln(2x + 4) + \ln(-3x + 5) \iff \ln(-x) = \ln[(2x + 4)(-3x + 5)]$

$\iff -x = (2x + 4)(-3x + 5)$

$\iff 6x^2 + x + 20 = 0.$

Soit l'équation: $6x^2 + x + 20 = 0.$

$\Delta = -479 < 0.$

Ainsi, comme $\Delta < 0$: l'équation (1) n'admet aucune solution.

2. Résolvons l'équation (2):

• Nous devons avoir: $\begin{cases} -x > 0 \\ \text{et} \\ -x - 1 > 0 \\ \text{et} \\ -2x + 4 > 0 \end{cases}$ cad $\begin{cases} x < 0 \\ \text{et} \\ x < -1 \\ \text{et} \\ x < 2 \end{cases}$.

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (2) pour tout $x \in]-\infty\,;-1[$:

$$\ln(-x) + \ln(-x-1) = \ln(-2x+4) \iff \ln[\,x\,(x+1)\,] = \ln(-2x+4)$$

$$\iff x\,(x+1) = -2x + 4$$

$$\iff x^2 + 3x - 4 = 0.$$

Soit l'équation: $x^2 + 3x - 4 = 0.$

$\Delta = 25 > 0.$

Comme $\Delta > 0$, l'équation (2) admet deux solutions distinctes:

• $x_1 = \dfrac{-1-5}{2} = -3 \in]-\infty\,;-1[$

• $x_2 = \dfrac{-1+5}{2} = 2 \notin]-\infty\,;-1[.$

Ainsi, l'équation admet une seule solution: $x = -3.$

3. Résolvons l'équation (3):

• Nous devons avoir: $\begin{cases} -x^2 + 3 > 0 \\ \text{et} \\ -x + 3 > 0 \end{cases}$ cad $\begin{cases} x^2 < 3 \\ \text{et} \\ x < 3 \end{cases}$

cad $\begin{cases} x \in]-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\,[\\ \text{et} \\ x < 3 \end{cases}$

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (3) pour tout $x \in]-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\,[$:

$\ln(-x^2 + 3) = \ln(-x + 3) \iff -x^2 + 3 = -x + 3$

$\iff -x^2 + x = 0.$

Soit l'équation: $-x^2 + x = 0$ (a).

(a) $\iff -x(x - 1) = 0$ cad $x = 0$ ou $x = 1.$

Ainsi, l'équation (3) admet deux solutions qui appartiennent à $]-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\,[$:

$x = 0$ et $x = 1.$