

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Fonction logarithme : $\ln(x)$



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOLVRE DES ÉQUATIONS

5

CORRECTION

1. Résolvons l'équation (1):

- $(\ln(x) - 1)(\ln(x) + 1)$ existe ssi: $x > 0$.
- Nous pouvons donc résoudre l'équation (1) pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$(\ln(x) - 1)(\ln(x) + 1) = 0 \Leftrightarrow (\ln(x))^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x) = 1 \\ \text{ou} \\ \ln(x) = -1 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} x = e \\ \text{ou} \\ x = e^{-1} \end{cases}$$

Ainsi, l'équation (1) admet deux solutions: $x = e$ et $x = e^{-1}$.

2. Résolvons l'équation (2):

- $\ln(x+3)$ existe ssi: $x+3 > 0$ cad $x > -3$.
- Nous pouvons donc résoudre l'équation (2) pour tout $x \in]-3; +\infty[$:

$$(x+3)\ln(x+3) = 7 \Leftrightarrow \ln(x+3) = \frac{7}{x+3}, \text{ avec } x \neq -\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = e^{\left(\frac{7}{x+3}\right)} \quad \text{cad} \quad x = -3 + e^{\left(\frac{7}{x+3}\right)}.$$

Ainsi, l'équation (2) admet une solution: $x = -3 + e^{\left(\frac{7}{x+3}\right)}$.

3. Résolvons l'équation (3):

$$\bullet \text{ Nous devons avoir: } \begin{cases} x + 3 > 0 \\ \text{et} \\ -x + 6 > 0 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} x > -3 \\ \text{et} \\ x < 6 \end{cases}.$$

• Nous pouvons donc résoudre l'équation (3) pour tout $x \in]-3; 6[$:

$$\ln(x + 3) = \ln(-x + 6) \Leftrightarrow \ln(x + 3) - \ln(-x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{x + 3}{-x + 6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x + 3}{-x + 6} = e^0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = -x + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3 \quad \text{cad} \quad x = 1,5.$$

Ainsi, l'équation (3) admet une solution: $x = 1,5$.