

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

« **ln** » : Études de fonctions



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Pour tout réel $k > 0$, les points A_k sont-ils alignés ?

Ici: • $f_k(x) = x + k e^{-x}$, avec $k > 0$

• $Df = \mathbb{R}$.

Pour répondre à cette question, nous allons montrer que tous les points A_k sont situés sur une même droite dont on déterminera l'équation.

• Posons: $f_k = g_1 + g_2$, avec: $g_1(x) = x$ et $g_2(x) = k e^{-x}$.

g_1 est dérivable sur \mathbb{R} comme fonction polynôme.

g_2 est dérivable sur \mathbb{R} comme fonction " exponentielle ".

Dans ces conditions, $g_1 + g_2$ est dérivable sur \mathbb{R} comme somme de 2 fonctions dérivables sur \mathbb{R} .

Par conséquent, $f_k = g_1 + g_2$ est dérivable sur \mathbb{R} .

Ainsi, nous pouvons calculer f_k' pour tout $x \in \mathbb{R}$, avec $k > 0$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f_k'(x) = 1 - k e^{-x}$, avec $k > 0$.

• La fonction f_k admet un minimum sur \mathbb{R} quand: $f_k'(x) = 0$.

$$f_k'(x) = 0 \iff \frac{k}{e^x} = 1 \iff e^x = k \implies x^* = \ln(k) \text{ car: } k > 0.$$

Ainsi: $y^* = f(x^*) \implies y^* = x^* + 1$.

- Ainsi, tous les points $A_k (x^*; y^*)$ sont situés sur une même droite d'équation: ²

$$y = x + 1.$$

Au total: oui, pour tout réel $k > 0$, les points A_k sont alignés et sont tous situés sur la même droite d'équation: $y = x + 1$.