

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

« **ln** » : Études de fonctions



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. L'affirmation 1 est: **Vraie.**

En effet, l'équation réduite de la tangente à C_f au point A d'abscisse $x_A = 1$ s'écrit: $y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$
 $= f'(1)(x - 1) + f(1).$

Or ici: • $f(x) = 3 \ln(x) - 2x + 1,$

• $D_f =]0; +\infty[,$

• $A(1; f(1))$ **cad:** $A(1; -1),$

• $f'(x) = \frac{3}{x} - 2,$ pour tout $x \in]0; +\infty[.$

Dans ces conditions: $y = \left(\frac{3}{1} - 2\right)(x - 1) + (-1)$

cad: $y = x - 2.$

Au total: $y = x - 2$ est l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

2. L'affirmation 2 est: **Vraie.**

En effet, d'après le cours, $f(x) = \frac{1}{e^2} \ln(x)$ est une fonction de densité sur $[e; e^2]$ ssi:

• f est continue sur $[e; e^2],$

- pour tout $x \in [e; e^2]$, $f(x) \geq 0$,

- $\int_e^{e^2} f(x) dx = 1$.

Or ici: • f est continue sur $[e; e^2]$.

- Pour tout $x \in [e; e^2]$:

$$x \geq e \Leftrightarrow \ln x \geq \ln e$$

$$\Leftrightarrow \ln x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln x}{e^2} \geq \frac{1}{e^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{e^2} \ln x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \quad (\text{pour tout } x \in [e; e^2]).$$

- $$\begin{aligned} \int_e^{e^2} f(x) dx &= \int_e^{e^2} \frac{1}{e^2} \ln(x) dx \\ &= \frac{1}{e^2} [x \ln(x) - x]_e^{e^2} \\ &= \frac{1}{e^2} (e^2 \ln(e^2) - e^2 - (e \ln(e) - e)) \\ &= \frac{1}{e^2} (2e^2 - e^2 - (e - e)). \end{aligned}$$

D'où:
$$\int_e^{e^2} f(x) dx = 1.$$

Au total: f est une fonction de densité sur $[e; e^2]$.