

www.freemaths.fr

# Maths Complémentaires Terminale

Limites « d'une fonction  $f$  »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# QUANTITÉ CONJUGUÉE

1

## CORRECTION

1. Déterminons  $\mathcal{D}f = I$ :

Ici:  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ .

Il faut que:  $x^2 - x \geq 0$  cad  $x(x - 1) \geq 0$  ou encore  $x \in ]-\infty; 0] \cup [1; +\infty[$ .

D'où l'ensemble de définition de la fonction  $f$  est:  $I = ]-\infty; 0] \cup [1; +\infty[$ .

2. Calculons la limite de  $f$  en  $+\infty$ :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 - x} \\ &= (+\infty) - (+\infty). \end{aligned}$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

Ayons recours à la technique de la quantité conjuguée pour contourner cette indétermination.

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} \iff f(x) = \frac{(x - \sqrt{x^2 - x}) \times (x + \sqrt{x^2 - x})}{(x + \sqrt{x^2 - x})}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{x^2 - (x^2 - x)}{x + \sqrt{x^2 - x}}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)}}$$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x + |x| x \sqrt{1 - \frac{1}{x}}}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x + x x \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} \quad (|x| = x \text{ car } x > 0)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x + x} \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \right)$$

$$= \frac{1}{2}$$

Ainsi:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$