

www.freemaths.fr

# Maths

## Complémentaires

### Terminale

Limites « d'une fonction  $f$  »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

1. a. Étudions la limite en  $+\infty$  de la fonction  $f$ :

Ici:  $f(x) = \frac{2 - x^2}{3x^2 + 7}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - x^2}{3x^2 + 7}$$

Or: •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - x^2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( \frac{2}{x^2} - 1 \right)$  ( $x \neq 0$ )

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 7 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( 3 + \frac{7}{x^2} \right)$  ( $x \neq 0$ ).

Et: •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2} = 0^+$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x^2} = 0^+$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 (0^+ - 1)}{x^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{3x^2}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

1. b. Étudions la limite en  $-\infty$  de la fonction  $f$ :

Ici:  $f(x) = \frac{2 - x^2}{3x^2 + 7}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x^2}{3x^2 + 7}$$

Or: •  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - x^2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left( \frac{2}{x^2} - 1 \right)$  ( $x \neq 0$ )

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 + 7 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left( 3 + \frac{7}{x^2} \right)$  ( $x \neq 0$ ).

Et: •  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^2} = 0^+$

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7}{x^2} = 0^+$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 (0^+ - 1)}{x^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{3x^2}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

## 2. Concluons:

• Comme  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{3}$ : la courbe représentative de  $f$  admet

une asymptote horizontale en  $+\infty$ . Il s'agit de la droite d'équation  $y = -\frac{1}{3}$ .

• Comme  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{3}$ : la courbe représentative de  $f$  admet

une asymptote horizontale en  $-\infty$ . Il s'agit de la droite d'équation  $y = -\frac{1}{3}$ .