

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 9x^9 - 18x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^9 \left(9 - \frac{18}{x^7} + \frac{6}{x^9} \right)$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 8 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(3 + \frac{8}{x^2} \right)$.

Et: $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-18}{x^7} = 0^-$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x^9} = 0^+$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x^2} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^9 (9 + 0^- + 0^+)}{x^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^9}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^7$$

$$= +\infty.$$

2. Étudions la limite en $-\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^9 - 18x^2 + 6}{3x^2 + 8}.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} 9x^9 - 18x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^9 \left(9 - \frac{18}{x^7} + \frac{6}{x^9} \right)$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 + 8 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(3 + \frac{8}{x^2} \right).$

Et: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-18}{x^7} = 0^+$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{x^9} = 0^-$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^2} = 0^+.$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^9 (9 + 0^+ + 0^-)}{x^2 (3 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^9}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^7$$

$$= -\infty.$$