

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f ;

Ici: $f_1(x) = \frac{x^2 - 7}{x - 3}$, pour tout $x > 3$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 7}{x - 3}$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 7 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \frac{7}{x^2}\right)$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{3}{x}\right)$.

Et: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-7}{x^2} = 0^-$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x} = 0^-$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 (1 + 0^-)}{x (1 + 0^-)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x$$

$$= +\infty.$$

2. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f_2 :

$$\text{Ici: } f_2(x) = \frac{3x^3 + x^2}{5x - 100}, \text{ pour tout } x > 20.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + x^2}{5x - 100}.$$

$$\text{Or: } \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 + x^2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(3 + \frac{1}{x} \right)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x - 100 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(5 - \frac{100}{x} \right).$$

$$\text{Et: } \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^+$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-100}{x} = 0^-.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 (3 + 0^+)}{x (5 + 0^-)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3}{5x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{5}$$

$$= +\infty.$$