

www.freemaths.fr

Maths

Complémentaires

Terminale

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f_1 :

Ici: $f_1(x) = (6x^3 - 3)(\sqrt{x} - 2)$, pour tout $x > 0$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (6x^3 - 3)(\sqrt{x} - 2).$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} 6x^3 - 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(6 - \frac{3}{x^3}\right) = +\infty \quad \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x^3} = 0^-\right)$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}}\right) = +\infty \quad \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{\sqrt{x}} = 0^-\right)$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty$.

2. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f_2 :

Ici: $f_2(x) = (-x^2 - 1)\sqrt{x^2 + 7}$, pour tout $x > 0$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2 - 1)\sqrt{x^2 + 7}.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 - 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(-1 - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty \quad \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2} = 0^- \right)$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 \left(1 + \frac{7}{x^2} \right)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{1 + \frac{7}{x^2}}$$

$$= +\infty \quad \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{x^2} = 0^+ \right).$$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = (-\infty) \times (+\infty) = -\infty.$