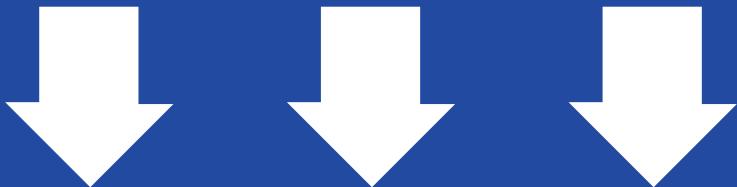


# Maths Complémentaires Terminale

Limites avec << ln >>



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## CALCUL DE LIMITES

7

### CORRECTION

1. Étudions la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ :

Ici:  $f(x) = \ln(2x - l) - x + l$ .

- $\mathcal{D}f = \left] \frac{l}{2}; +\infty \right[ \quad (2x - l > 0)$

- $f(x) = \ln(2x - l) - x + l \Leftrightarrow f(x) = \ln\left[x\left(2 - \frac{l}{x}\right)\right] - x + l$

$$\Leftrightarrow f(x) = \ln(x) + \ln\left(2 - \frac{l}{x}\right) - x + l$$

$$\Leftrightarrow f(x) = x \left[ \frac{\ln(x)}{x} - 1 \right] + \ln\left(2 - \frac{l}{x}\right) + l.$$

Or:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ , d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-l}{x} = 0$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \times [0 - 1] + \ln(2) + l = -\infty$ .

2. Étudions la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $0^+$ :

Ici:  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x} + 4x - 7.$

•  $\mathcal{D}f = ]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$ . ( $1+x > 0$  et  $x \neq 0$ )

•  $f(x) = \left( \frac{\ln(1+x)}{x} \right) + 4x - 7.$

Or: •  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ , d'après le cours

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 4x - 7 = -7.$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 - 7 = -6.$

3. Étudions la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$ :

Ici:  $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x-3})}{x}.$

•  $\mathcal{D}f = ]3; +\infty[$ . ( $x-3 > 0$  et  $x \neq 0$ )

•  $f(x) = \frac{\ln(\sqrt{x-3})}{x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{\ln(x-3)^{1/2}}{x}$

$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2x} \ln(x-3)$

$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2x} \left( \ln \left[ x \left( 1 - \frac{3}{x} \right) \right] \right)$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2x} \left( \ln(x) + \ln\left(1 - \frac{3}{x}\right) \right)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\ln(x)}{x} + \frac{\ln\left(1 - \frac{3}{x}\right)}{x} \right].$$

Or: •  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ , d'après le cours

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x} = 0.$$

Dans ces conditions:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2} \times [0 + 0] = 0.$