

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Limites avec « **ln** »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. a. Étudions la limite de f quand x tend vers $-\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(e^x + 3)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

- $f(x) = \ln(e^x + 3) \Leftrightarrow f(x) = \ln\left[e^x \left(1 + \frac{3}{e^x}\right)\right]$
 $\Leftrightarrow f(x) = x + \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right)$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{e^x} = 0$, d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{3}{e^x} = 1$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = (\lim_{x \rightarrow -\infty} x) + \ln(1)$.

1. b. Étudions la limite de f quand x tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(e^x + 3)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

- $f(x) = \ln(e^x + 3) \Leftrightarrow f(x) = x + \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right)$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{e^x} = 0$, d'après le cours

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{3}{e^x} = 1$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = (\lim_{x \rightarrow +\infty} x) + \ln(1)$.

2. a. Étudions la limite de f quand x tend vers 0^+ :

Ici: $f(x) = x \ln(5x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f =]0; +\infty[$.

- $f(x) = x \ln(5x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{x}{5} \ln(X)$, avec: $X = 5x$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(5x) = \lim_{X \rightarrow 0^+} \frac{1}{5} (X \ln(X))$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} X \ln(X) = 0$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{5} \times 0 = 0$.

2. b. Étudions la limite de f quand x tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = x \ln(5x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

- $\mathcal{D}f =]0; +\infty[$.

- $f(x) = x \ln(5x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{X}{5} \ln(X)$, avec: $X = 5x$.

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(5x) = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{1}{5} (X \ln(X))$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} X \ln(X) = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{5} x (+\infty) = +\infty$.