Maths Complémentaires Terminale

Limites avec « ln »

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LIMITES 3

CORRECTION

1. a. Étudions la limite de f_1 en $a = 0^+$:

Ici: $f_1(x) = x + 2 - x\ln(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

• $\mathcal{D}f_1 =]0;+\infty[$.

• $f_1(x) = (x+2) - (x\ln(x))$.

Or: • $\lim\limits_{x \to 0^+} (x+2) = 2$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} x\ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f_1(x) = 2 - 0 = 2$.

1. b. Étudions la limite de f_1 en $a = +\infty$:

Ici: $f_1(x) = x + 2 - x\ln(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

• $\mathcal{D}f_1 =]0;+\infty[$.

• $f_1(x) = x + 2 - x \ln(x) \iff f_1(x) = x \times \left(1 + \frac{2}{x} - \ln(x)\right)$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2}{x} = 0$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f_1(x) = +\infty \times (1 + 0 - (+\infty))$

$= +\infty \times (-\infty)$

$= -\infty$.

2. a. Étudions la limite de f_2 en $a = 0^+$:

Ici: $f_2(x) = x\,(\ln(x) + k)$ pour tout $x \in]\,0\,; +\infty\,[$.

• $\mathcal{D}f_2 =]\,0\,; +\infty\,[$.

• $f_2(x) = x\,(\ln(x) + k) \iff f_2(x) = x \ln(x) + k \times x$.

Or: • $\lim\limits_{x \to 0^+} k \times x = 0$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f_2(x) = 0 + 0 = 0$.

2. b. Étudions la limite de f_2 en $a = +\infty$:

Ici: $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f_2 =]0; +\infty[$.

• $f_2(x) = x(\ln(x) + k)$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f_2(x) = +\infty \times +\infty = +\infty$.

3. Étudions la limite de f_3 en $a = 0^+$:

Ici: $f_3(x) = \dfrac{3x \ln(x)}{1 + c\, e^{bx}}$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f_3 =]0; +\infty[$.

• $f_3(x) = \dfrac{3x \ln(x)}{1 + c\, e^{bx}} \iff f_3(x) = \left(\dfrac{3}{1 + c\, e^{bx}}\right) \times x \ln(x)$.

Or: • $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{3}{1 + c\, e^{bx}} = \dfrac{3}{1 + c}$, avec: • $e^{bx} = e^0 = 1$

• $c \neq -1$.

• $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim_{x \to 0^+} f_3(x) = \frac{3}{1 + c} \times 0 = 0.$