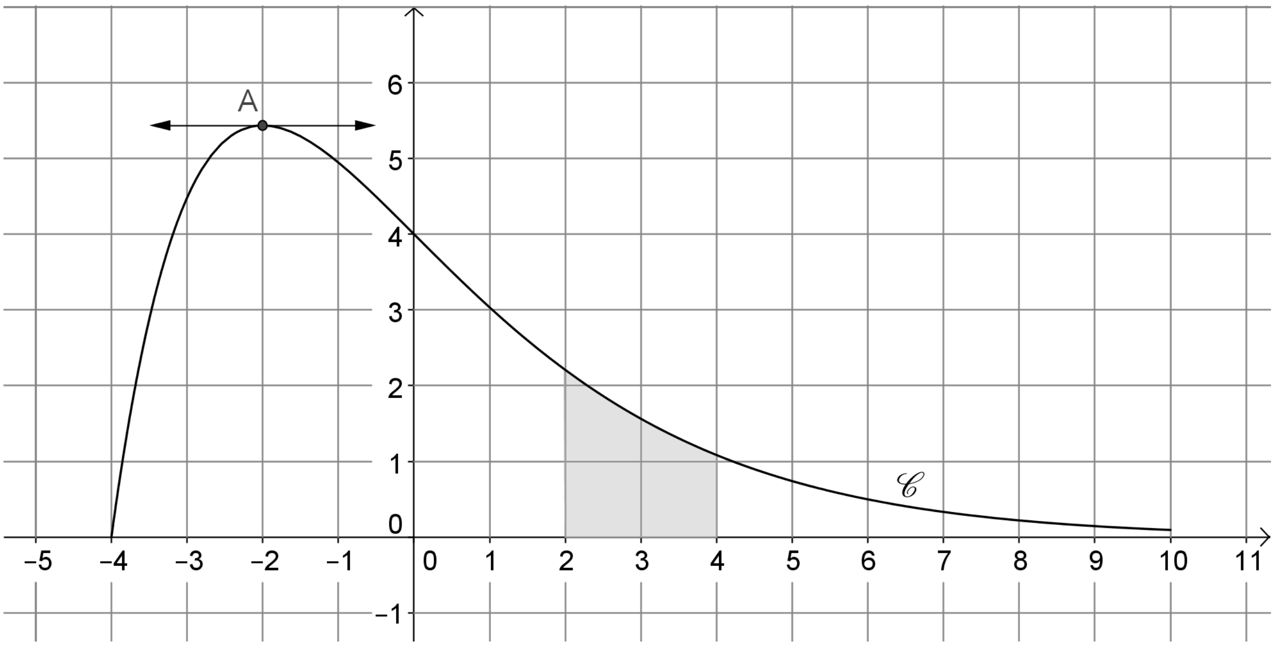
# Maths Complémentaires Terminale

## Fonctions, Synthèse

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

# FONCTION

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction $f$ définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\,;10]$. On note $f'$ la fonction dérivée de $f$, et $f''$ sa dérivée seconde.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $-2$ est parallèle à l'axe des abscisses.
Le domaine $S$ grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 2$ et la droite d'équation $x = 4$.




**Partie A**

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de $f'(-2)$.
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de $f'(4)$ ?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine $S$ grisé sur la figure.

**Partie B**
La fonction $f$ précédente est définie sur l'intervalle $[-4\,;10\,]$ par $f(x) = (x+4)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

1. **a.** Montrer que $f'(x) = (-0,5x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   **b.** Étudier les variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-4\,;10\,]$.
   **c.** Montrer que sur l'intervalle $[\,1\,;6\,]$ l'équation $f(x) = 1,5$ admet une unique solution.
   On notera $\alpha$ cette unique solution.
   **d.** Donner une valeur approchée à $10^{-2}$ de $\alpha$.
2. On admet que la dérivée seconde de $f$ est définie par $f''(x) = 0,25x\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   **a.** Étudier la convexité de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-4\,;10\,]$.

**b.** En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion $I$ dont on calculera les coordonnées.

**3.** **a.** On considère la fonction $F$ définie par $F(x) = (-2x-12)\,\mathrm{e}^{-0,5x}$. Comment peut-on montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur l'intervalle $[-4\,;\,10\,]$ ? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*

**b.** Calculer

$$S = \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.